Lech Maligranda (Luleå)

Działalność naukowa Józefa Schreiera

1. Dorobek naukowy Schreiera

Życie Józefa Schreiera (1909–1943) zostało dokładnie opisane w pracy [92]. Tutaj omówimy jego osiągnięcia naukowe oraz podamy spis publikacji. Schreier należał do aktywnych członków Lwowskiej Szkoły Matematycznej, a jego nazwisko znane jest w matematyce w związku z *przestrzeniami Schreiera*, *zbiorami Schreiera* i *twierdzeniami Schreiera–Ulama*.

Schreier opublikował szesnaście prac matematycznych, z czego osiem wspólnie ze Stanisławem Marcinem Ulamem i jedną wspólnie z Zygmuntem Wilhelmem Birnbaumem (1903–2000, w USA, gdzie spędził większość życia, znany był jako Zygmunt William „Bill” Birnbaum). Ponadto razem z Marcelim Starkiem (1908–1974) opracował, na podstawie wykładów Steinhausa wygłoszonych w roku akademickim 1928/29, skrypt *Szeregi Fouriera* wydany przez Koło Matematyczno-Fizyczne Studentów Uniwersytetu Jana Kazimierza we Lwowie w 1930 roku. Bywał w Kawiarni Szkockiej, o czym informowałem w [91, 92] oraz o czym nadmieniam w piątej części tego artykułu.

Jak wspomina Stark w [133, str. 80]:

W wielu pracach udział Schreiera był głęboki. Nigdy nie zdarzyło się – choć to tak częste w świecie naukowym – by jego nazwisko wystąpiło, jako współautora, jeśli wkład jego nie był bardzo istotny.

Schreier napisał prace dotyczące następujących dziedzin matematyki: analiza funkcjonalna (patrz [S1]), teoria miary (patrz [S2]), kombinatoryka (patrz [S3]), geometria (patrz [S4]), rachunek prawdopodobieństwa (patrz [S5]),

teoria półgrup i grup (patrz [S6, S8, S10, S11, S12, S13, S14]), teoria przekształceń (patrz [S7, S15]), topologia (patrz [S9]) i teoria gier (patrz [S16]).

Najbardziej znane rezultaty Schreiera to konstrukcja pokazująca, że przestrzeń $C[0, 1]$ nie ma słabej własności Banacha–Saksa (co było motywacją do badania tzw. przestrzeni Schreiera, konstrukcji typu Schreiera, zbiorów Schreiera i związanych pojęć) oraz wkład (we współpracy z Ulamem) w teorię półgrup.

2. Analiza funkcjonalna

2.1. Słaba własność Banacha–Saksa.

Przestrzeń unormowana $X = (X, \|\cdot\|)$ ma *słabą własność Banacha–Saksa* ($X \in w\text{-BS}$), jeżeli każdy ciąg $(x_n)_{n=1}^\infty$ elementów z X , który jest słabo zbieżny do zera ma taki podciąg (x_{n_k}) , że jego średnie arytmetyczne są mocno (normowo) zbieżne do zera, czyli

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \left\| \sum_{k=1}^m x_{n_k} \right\| = 0.$$

Przypomnijmy, że przestrzeń unormowana X ma *własność Banacha–Saksa* (co zapiszemy krótko $X \in BS$), jeżeli każdy ograniczony ciąg elementów z X ma podciąg (x_{n_k}) , którego średnie są zbieżne w normie. Ponieważ każdy słabo zbieżny ciąg jest ograniczony, to własność BS implikuje $w\text{-BS}$. W przestrzeni refleksywnej oba te pojęcia się pokrywają. Można też wykazać, że $X \in BS$ wtedy i tylko wtedy, gdy $X \in w\text{-BS}$ i X jest refleksywna.

Banach i Saks udowodnili w 1930 roku w artykule [21], że przestrzenie L^p dla $1 < p < \infty$ mają tę własność i stąd jej nazwa. Było to rozszerzenie twierdzenia Mazura mówiącego, że słaba granica ciągu punktów przestrzeni unormowanej jest granicą, w sensie normy, kombinacji wypukłych wyrazów tego ciągu. Postawili oni też pytanie, czy istnieją przestrzenie Banacha bez słabej własności Banacha–Saksa.

Przykład przestrzeni bez słabej własności Banacha–Saksa podał student drugiego roku Józef Schreier i opublikował ją w *Studia Mathematica* jako swoją pierwszą pracę [S1] (patrz [133, str. 80]).

Twierdzenie 2.1 (Schreier 1930). *Przestrzeń $C[0, 1]$ nie ma słabej własności Banacha–Saksa.*

Schreier pokazał, że w $C[0, 1]$ istnieje ciąg słabo zbieżny do zera, którego średnie są w normie oddzielone od zera. Konstrukcja Schreiera opierała się na pojęciu zbioru dopuszczalnego. Skończony, k -elementowy podzbiór $A \subset \mathbb{N}$ jest *dopuszczalny*, gdy $k \leq \min A$. Przykład Schreiera znajdujemy też w książce Semadeniego [129, str. 332, zadanie F].

- [142] S. M. Ulam, *The Scottish Book*, A LASL Monograph, Los Alamos 1977, [Schreier, str. 1, 3, 19, 32; Schreier i Ulam, str. 7, 27–29, 33].
- [143] *Kopia rękopisu „Księgi Szkockiej”*, http://kielich.amu.edu.pl/Stefan_Banach/archiwalia.html.
- [144] O. Vladimirkaya, *Some new generalizations of the Lyapunov convexity theorem*, Mat. Fiz. Anal. Geom. 5 (1998), nr 1–2, 15–24, [Schreier space S , Baernstein spaces B_p].
- [145] G. R. Wood, *A note on automorphisms of semigroups and near-rings of mappings*, Studia Math. 62 (1978), nr 3, 209–218, [Schreier, str. 211, 218].
- [146] W. A. Woyczyński, *Szukając Birnbauma*, Wiad. Mat. 33 (1997), 137–154, [Schreier, str. 146].
- [147] F. F. Yao, *On lower bounds for selection problems*, Technical Report, MIT, Cambridge 1974, 1–55 [Schreier, str. 3, 5, 54].
- [148] C. K. Yap, *New upper bounds for selection*, Comm. ACM 19 (1976), nr 9, 501–508, [Schreier, str. 501, 502, 508].

Lech Maligranda
Department of Engineering Sciences and Mathematics
Luleå University of Technology
Luleå, Szwecja
lech.maligranda@ltu.se