

TEKNISK RAPPORT

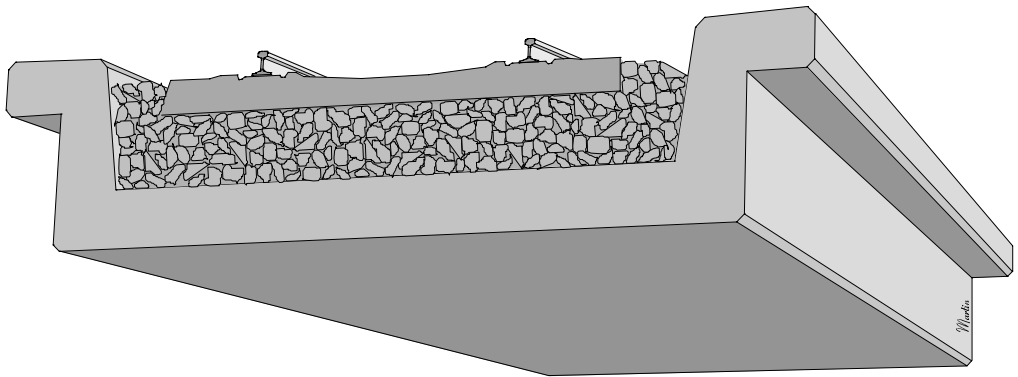
Partialkoefficienter för hållfasthet i betongbroar längs Malmbanan

Martin Nilsson, Ulf Ohlsson, Lennart Elfgren

Teknisk rapport

Institutionen för Väg- och vattenbyggnad
Avdelningen för Konstruktionsteknik

Partialkoefficienter för hållfasthet i betongbroar längs Malmbanan

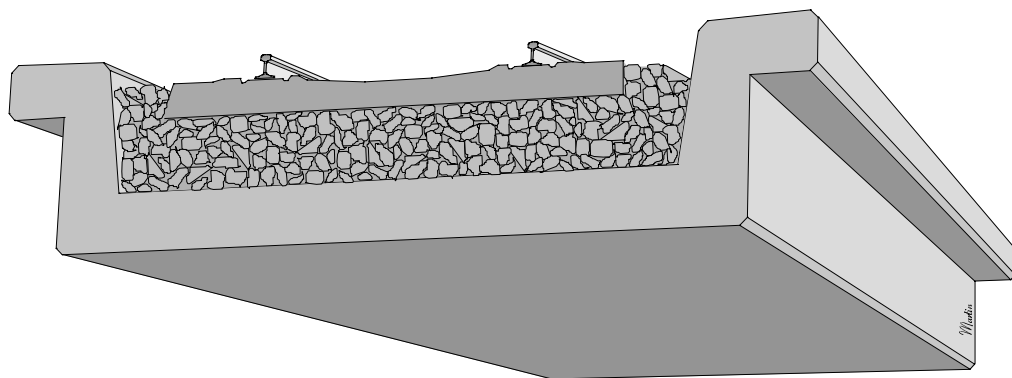


MARTIN NILSSON
ULF OHLSSON
LENNART ELFGREN

TEKNISK RAPPORT 1999:03



Partialkoefficienter för hållfasthet i betongbroar längs Malmbanan



MARTIN NILSSON
ULF OHLSSON
LENNART ELFGREN

Avdelningen för Konstruktionsteknik
Institutionen för Väg- och Vattenbyggnad
Luleå tekniska universitet
971 87 Luleå

Förord

Denna rapport har utarbetats på uppdrag av Banverket vid avdelningen för Konstruktionsteknik vid Luleå tekniska universitet. Synpunkter och kommentarer på preliminära versioner har lämnats av Lars Östlund, Sture Åkerlund, Robert Ronnebrant och Per Övferbeck. En referensgrupp från Banverket med bl.a. Håkan Kellner, Björn Töyrä Lars Öström och Ken Ryberg har initierat och styrt arbetet.

Luleå i september 1999

Martin Nilsson

Ulf Ohlsson

Lennart Elfgrén

Sammanfattning

Denna tekniska rapport redovisar två metoder att bestämma nyanserade värden på betonghållfasthetens partialkoefficienter för befintliga betongbroar längs Malmbanan. Rapporten presenterar därefter dimensionerande drag- och tryckhållfasthetsvärden för sju broar mellan Luleå och Boden. Dessa hållfasthetsvärden är baserade dels på de nya partialkoefficienterna, dels på provresultat, Thun et al (1999). Provresultaten ligger till grund för karakteristiska hållfasthetsvärden som bestämts enligt BBK94 (1995).

Partialkoefficienter för hållfasthetsvärdena, $\eta\gamma_m$, har bestämts med vad som i rapporten benämns tabellmetoden och sannolikheteoretisk metod. Tabellmetoden är hämtad från NKB (1978) och NKB (1987). Metoden bygger, som namnet indikerar, på tabeller varur fyra delfaktorer till partialkoefficienten $\eta\gamma_m$ bestäms. Faktorerna behandlar (1) osäkerheter i karakteristiska värden och i förhållandet mellan hållfasthet i konstruktion och i provkropp etc.; (2) osäkerheter i beräkningsmodeller; (3) brottkaraktär (segt eller sprött) och (4) omfattningen av kontroll vid uppförandet av broarna. Den sannolikheteoretiska metoden för att bestämma partialkoefficienten $\eta\gamma_m$ tar i sin tur också hänsyn till osäkerheter i karakteristiska värden, i förhållandet mellan hållfasthet i konstruktion och i provkropp och osäkerheter i beräkningsmodeller. Metoden tar även med partialkoefficienter för laster, vilka här har satts till normenliga värden förutom tåglastens partialkoefficient, γ_Q , som satts till 1,1 enligt en utredning av Östlund (1997) i bilaga A. $\gamma_Q = 1,1$ används här endast vid statistiska beräkningar och godtas därför inte av Banverket. Inverkan av tåglast och last av betong och ballast ingår. Även broarnas individuella längder beaktas då tåglasternas dynamiska förstoringfaktorer bestäms.

Resultaten av bestämning av partialkoefficienten $\eta\gamma_m$ med tabellmetoden och den sannolikheteoretiska metoden ger för de sju broarna mellan Luleå och Boden något skilda resultat. Tabellmetoden ger generellt högre värden än den sannolikheteoretiska metoden. Tabellmetodens värden varierar mellan 1,44 och 1,95 för draghållfastheten och mellan 1,44 och 1,48 för tryckhållfastheten. Värdena från den sannolikheteoretiska metoden ligger ca 15% lägre. Vi förordar i första hand, på grund av sin enkelhet, att tabellmetoden används vid bestämning av partialkoefficienten $\eta\gamma_m$. Den sannolikheteoretiska metoden är något mer komplicerad och måste ofta kompletteras med kvalificerade bedömningar.

De dimensionerande hållfasthetsvärdena som bestäms i rapporten är betydligt högre än de värden som föreskrivna hållfasthetsklasser ger. Den största inverkan på detta har de provade hållfasthetsvärdena, som ligger väsentligt över de föreskrivna värdena. Partialkoefficienternas inverkan är mindre.

Rapporten avslutas med en diskussion om inverkan av hållfasthetens variation inom konstruktionsdelar, vilken kan ha stor inverkan på bärförmågan. Likaså har läget för uttagna provkroppar i förhållande till aktuellt beräkningsnitt betydelse. Båda dessa faktorer bör ingå vid en bestämning av hållfasteters partialkoefficienter i befintliga konstruktioner.

Abstract

This technical report presents two methods to determine partial coefficients for concrete strength. The coefficients are used to determine design values of strength in seven existing concrete bridges between Luleå and Boden along Malmbanan. Malmbanan is a railway line between Narvik in Norway, and Luleå in Sweden built around 1900 for the transportation of iron ore. The design values are determined partly with characteristic values of strength from test results, Thun et al (1999), partly with the partial coefficients. The characteristic values of the concrete strength is determined and calculated according to the Swedish concrete code, BBK94 (1995).

Partial coefficients for strength, $\eta\gamma_m$, have been calculated with two methods: a table method (as designated in the report) and a probabilistic method. The table method was developed in NKB (1978) and NKB (1987). The method consists of, as the name indicates, tables from which factors of the partial coefficient $\eta\gamma_m$ are being determined. The factors deal with (1) uncertainties in the characteristic values and in the ratio between the concrete strength in the structure and in the test specimens; (2) uncertainties in the design models; (3) the character of failure (ductile or brittle); and (4) the amount of quality control when the bridges were built. The probabilistic method for determining the partial coefficient $\eta\gamma_m$ does also take into consideration uncertainties in the characteristic values, in the ratio between the concrete strength in the structure and in the test specimens and uncertainties in the design models. The method also includes partial coefficients for loads, which in this report are given values according to the codes except the partial coefficient of the train load, $\eta\gamma_Q$, given the value 1,1 according to an investigation by Östlund (1997) included as Appendix A. $\gamma_Q = 1,1$ is here only used for statistical calculations and is not accepted by Banverket, the Swedish National Railroad Administration. The influences of the train load as well as the loads from the concrete and the ballast are included. In addition, the individual lengths of each bridge are regarded when the dynamic amplification factors for the train loads are determined.

Determination of the partial coefficient $\eta\gamma_m$ with the table method and the probabilistic method gives slightly different results for the seven bridges between Luleå and Boden. The table method gives generally higher values than the probabilistic method. The values of the table method vary between 1,44 and 1,95 for the tensile strength and between 1,44 and 1,48 for the compressive strength. The probabilistic method results generally in ca. 15% lower values. The report recommends as a first choice the table method for determining the

partial coefficient $\eta\gamma_m$. It is easier to use than the probabilistic method, which is more complicated and often in need of additional judgement and deliberation.

The design values of the concrete strength that are determined in the report are considerably higher than values according to the strength classes being prescribed when the bridges were built. The largest influence on this has the tested strength values of the concrete. The influence of the partial coefficients is less.

The report ends with a discussion about the influence of strength variation within structures on the load bearing capacity. In addition, the positions of drilled test specimens in relation to actual design sections do influence. Both these factors should be included in a determination of partial coefficients of strength in existing structures.

Innehållsförteckning

FÖRORD	III
SAMMANFATTNING	V
ABSTRACT	VII
1 INLEDNING	1
1.1 Allmänt	1
1.2 Säkerhetsklass och säkerhetsindex.....	3
1.2.1 Säkerhetsklass	3
1.2.2 Säkerhetsindex, β	3
1.3 Sannolikhetsteoretisk metod	5
1.3.1 Allmänt	5
1.3.2 Lasteffekt.....	5
1.3.3 Bärförmåga.....	6
1.3.4 Dimensioneringsvillkor.....	7
2 PARTIALKOEFFICIENTMETODEN TILLÄMPAD PÅ BÄRFÖRMÅGA	11
2.1 Inledning.....	11
2.2 Normvärden.....	11
2.2.1 Partialkoefficienten $\eta\gamma_m$	11
2.2.2 Partialkoefficienten η	11
2.2.3 Partialkoefficienten γ_n	12
2.3 Alternativa värden	12
2.4 Partialkoefficienten γ_m enligt tabellmetoden.....	12
2.5 Partialkoefficienten $\eta\gamma_m$ enligt sannolikhetsteoretisk metod	15
3 TILLÄMPNING PÅ BETONGBROAR	19
3.1 Exempel på beräkning av γ_m enligt tabellmetoden	19
3.2 Sju verkliga broar	19
3.2.1 Inledning.....	19
3.2.2 Karakteristisk drag- och tryckhållfasthet	22
3.2.3 Partialkoefficienten $\eta\gamma_m$ enligt tabellmetod.....	29
3.2.4 Dimensionerande drag- och tryckhållfasthet.....	31

4	KOMMENTARER OCH SLUTSATSER.....	35
5	REFERENSER.....	37
BILAGA A	Studium av erforderligt värde på partialkoefficienten för tåglast vid dimensionering av järnvägsbroar. Utredning av Lars Östlund, december 1997.....	A.1
BILAGA B	Principer för en sannolikheteoretisk metod och för partialkoefficientmetoden, ur AK 79/81.....	B.1

1 Inledning

1.1 Allmänt

En allmän bakgrund till här behandlade frågor ges i NKB (1978 och 1987), AK 79/81 (1982), BBK94 (1994), Bengtsson et al (1991), EC-1 (1994) och König et al (1999).

En konstruktion eller ett konstruktionselement skall dimensioneras så att det finns en på förhand bestämd sannolikhet att inte något av de relevanta gränstillstånden överskrids.

Säkerhetsvärderingen kan genomföras utifrån följande säkerhetsmetoder:

- partialkoefficientmetoden.
- den sannolikhetsteoretiska metoden.

Säkerhet mot brott i en konstruktion kan uppskattas med en motståndsparemeter, R^1 (bärförmåga), och en påkänningsparameter, S^1 (lasteffekt).

Beroende på de två parametrarnas inbördes storlekar gäller att

$$R \geq S \quad \Rightarrow \quad \text{ej brott} \quad (1-1)$$

$$R < S \quad \Rightarrow \quad \text{brott} \quad (1-2)$$

Kravet på en bärande konstruktion, svarande mot ett givet gränstillstånd, kan anses uppfyllt, när det påvisas att beräkningsmodellen, $\Theta(\cdot)$, uppfyller följande krav

$$\Theta(\psi_i, F_{id}, f_d, l_d) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1-3)$$

där

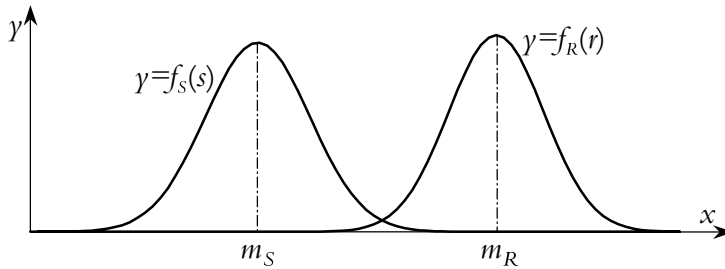
- n är antalet laster,
- ψ_i är en faktor, som tar hänsyn till en lasts variation i tiden, och som används i samband med kombinerings av variabla laster,
- F_{id} dimensionerande lastvärde,
- f_d dimensionerande hållfasthetsvärde,
- l_d dimensionerande geometrisk parameter.

Gränstillståndet kan i många fall uttryckas med bärförmågan, R , och lasteffekten, S , som

¹ R och S används allmänt internationellt för att uttrycka bärförmåga och lasteffekt. De kommer från de franska orden "résistance" och "solicitation".

$$\Theta(\cdot) = R_d - S_d = 0 \quad (1-4)$$

De två parametrarna kan betraktas som två stokastiska variabler med givna frekvensfunktioner, $f_R(r)$ och $f_S(s)$, se Figur 1.1



Figur 1.1 Frekvensfunktionerna för lasteffekten, $f_S(s)$, och bärförmågan, $f_R(r)$.

Medelvärdena betecknas m_R och m_S , och standardavvikelsena s_R och s_S . Under förutsättningen att R och S är stokastiska, gäller det även för beräkningsmodellen, $\Theta(\cdot)$, att dess medelvärde

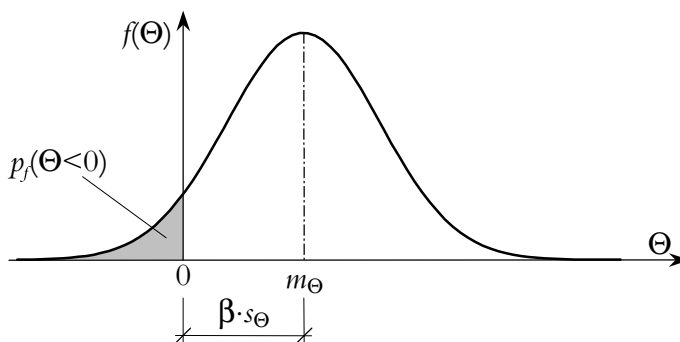
$$m_\Theta = m_R - m_S \quad (1-5)$$

och dess standardavvikelse

$$s_\Theta = \sqrt{s_R^2 + s_S^2} \quad (1-6)$$

är statistiska.

Frekvensfunktionen för Θ , $f(\Theta)$, blir, se Figur 1.2.



Figur 1.2 Frekvensfunktionen för Θ , $f(\Theta)$.

β i Figur 1.2 är ett så kallat säkerhetsindex som beskrivs nedan.

1.2 Säkerhetsklass och säkerhetsindex

1.2.1 Säkerhetsklass

Enligt BKR94 (1994) 2:115 gäller med hänsyn till omfattningen av de personskador som kan befaras uppkomma vid brott i en byggnadsdel att denna skall hänföras till någon av följande säkerhetsklasser:

- säkerhetsklass 1 (låg), liten risk för allvarliga personskador,
- säkerhetsklass 2 (normal), någon risk för allvarliga personskador,
- säkerhetsklass 3 (hög), stor risk för allvarliga personskador.

1.2.2 Säkerhetsindex, β

Hur mycket större bärförmågan, R , skall vara än lasteffekten, S , specificeras i byggnormer i olika säkerhetsklasser genom angivna värden på det så kallade säkerhetsindexet, β .

β , kan definieras genom en formell brottsannolikhet, p_f , som

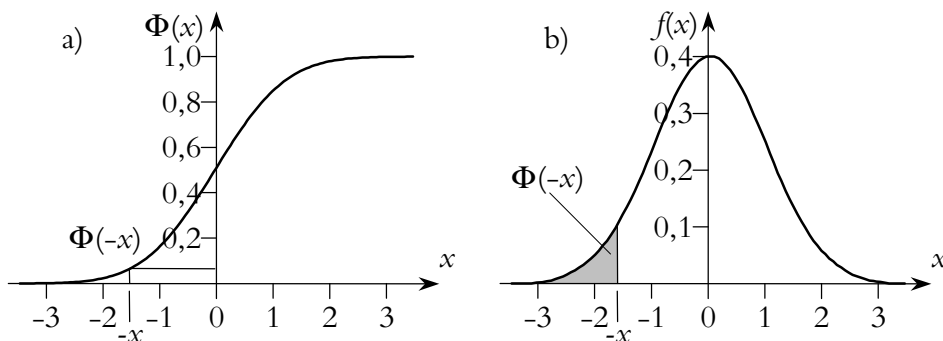
$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) \quad (1-7)$$

där $\Phi^{-1}(\cdot)$ betecknar den inversa funktionen av den standardiserade normalfördelningen

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (1-8)$$

med frekvensfunktionen, se Figur 1.3,

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \quad \text{för} \quad -\infty < x < \infty \quad (1-9)$$



Figur 1.3 a) Normalfördelningen $\Phi(x)$ och b) dess frekvensfunktion $f(x)$.

Sannolikheten för brott, $p_f[\Theta = R - S \leq 0]$, är lika med arean för den streckade ytan i Figur 1.2, där avståndet (med standardavvikelsen som enhet) från medelvärdet m_Θ till brottgränsen ($\Theta=0$) skrivs som $\beta \cdot s_\Theta$. Koefficienten β benämns säkerhetsindex och definieras av

$$\beta = \frac{m_\Theta}{s_\Theta} = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{s_R^2 + s_S^2}} \quad (1-10)$$

Under antagandet att R och S är normalfördelade, är även Θ normalfördelad.

Brottsannolikheten fås som

$$p_f[\Theta \leq 0] = \Phi\left(\frac{0 - m_\Theta}{s_\Theta}\right) = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (1-11)$$

Φ är fördelningsfunktionen för den standardiserade normalfördelningen. Ur (1-11) ses att (1-8) ovan gäller och att säkerhetsindexet kan bestämmas ur

$$\Phi(\beta) = 1 - p_f(\Theta = 0) \quad (1-12)$$

vilket ger följande säkerhetsindex motsvarande olika brottsannolikheter, Tabell 1.1.

Tabell 1.1 Samband mellan säkerhetsindex, β , och brottsannolikheten, p_f .

β	1,28	1,64	2,33	3,09	3,72	4,26	4,75	5,20	5,61
p_f	10%	5%	1%	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}

Säkerhetsindex kopplas till säkerhetsklass enligt följande. Om sannolikheten för personskada är låg, säkerhetsklass 1, motsvarar det en brottsannolikhet av $p_f = 10^{-4}$ och $\beta = 3,72$. På samma sätt gäller för säkerhetsklasserna 2 och 3, se Tabell 1.2.

Tabell 1.2 Kopplingen mellan säkerhetsindex, β , brottsannolikhet, p_f , och säkerhetsklass.

Säkerhetsindex, β	3,72	4,26	4,75
Brottsannolikhet, p_f	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
Säkerhetsklass	1	2	3

Kraven på β , som sätts i relation till det betraktade gränstillståndet, skall baseras på att β beräknas på årsbasis.

1.3 Sannolikhetsteoretisk metod

1.3.1 Allmänt

Lars Östlund (1997) har med sannolikhetsteoretisk metod studerat erforderligt värde på partialkoefficienten för tåglast vid dimensionering av järnvägsbroar. Nedanstående framställning bygger på denna rapport och på motsvarande avsnitt i NKB (1987). Rapporten återges i sin helhet i Bilaga A. En allmän presentation av den sannolikhetsteoretiska metoden ges även i AK 79/81 (1982), Schneider (1997) och König et al (1999).

1.3.2 Lasteffekt

Lasteffekten, S , kan skrivas som

$$S = bG + cB + dQ + dQ_n \phi \quad (1-13)$$

där

G är egentyngd av bron. G är en stokastisk variabel med medelvärdet m_G och variationskoefficienten V_G .

B är ballastens tyngd på bron. B är en stokastisk variabel med medelvärdet m_B och variationskoefficienten V_B .

Q är tåglast. Q är en stokastisk variabel med medelvärdet m_Q och variationskoefficienten V_Q .

Q_n är nominellt värde för tåglasten. Om alla vagnar vägs ges möjlighet att välja en övre gräns för lastens storlek och att kontrollera att den inte överskrider. Här antas att en sådan gräns Q_g har valts och att den är knuten till den nominella lasten Q_n enligt sambandet $Q_g = \zeta Q_n$.

b är en deterministisk koefficient.

c är en deterministisk koefficient.

- d är en deterministisk koefficient.
- ϕ är en faktor som anger dynamisk inverkan. ϕ är en stokastisk variabel med medelvärdet m_ϕ och variationskoefficienten V_ϕ . ϕ relateras till det nominella värdet Q_n och innehåller dels osäkerheter i Q och dels osäkerheter i de dynamiska effekterna.

En koefficient v som anger förhållandet mellan medelvärdena av lasteffekterna av egentygnd och tåglast respektive medelvärdena av lasteffekterna av ballast och tåglast införs

$$v_G = \frac{bm_G}{dm_Q} \quad (1-14a)$$

$$v_B = \frac{cm_B}{dm_Q} \quad (1-14b)$$

Förhållandet mellan medelvärde och nominellt värde för tåglasten skrivs

$$\lambda = \frac{m_Q}{Q_n} \quad (1-15)$$

Vi kan då skriva

$$\begin{aligned} dm_Q &= \lambda dQ_n \\ bm_G &= v_G \lambda dQ_n \\ cm_B &= v_B \lambda dQ_n \end{aligned} \quad (1-16)$$

I de fall vi beaktar ζ enligt ovan ersätts λ av $\zeta\lambda$.

De stokastiska variablerna G , B , Q och ϕ antas vara normalfördelade.

1.3.3 Bärförmåga

Bärförmågan, R , kan skrivas som

$$R = Ca\phi f \quad (1-17)$$

där

- C är en faktor som beskriver osäkerheten i beräkningsmetoden. C är en stokastisk variabel med medelvärdet m_C och variationskoefficienten V_C .
- a är en geometrisk storhet (t ex tvärsnittsarea). a är en stokastisk variabel med medelvärdet m_a och variationskoefficienten V_a .

ρ är en faktor som överför provkroppars hållfasthet till hållfasthet i verklig konstruktion. ρ är en stokastisk variabel med medelvärde m_ρ och variationskoefficienten V_ρ .

f är hållfasthetsvärdet. f är en stokastisk variabel med medelvärdet m_f och variationskoefficienten V_f .

C , a , ρ och f sammansätts så att medelvärdet

$$m_R = m_C m_a m_\rho m_f \quad (1-18)$$

och variationskoefficienten

$$V_R = \sqrt{V_C^2 + V_a^2 + V_\rho^2 + V_f^2} \quad (1-19)$$

I fortsättningen används R , m_R och V_R . Uppdelningen i C , a , ρ och f görs senare. De stokastiska variablerna R , C , a , ρ och f antas vara logaritmiskt normalfördelade.

1.3.4 Dimensioneringsvillkor

Som dimensioneringsvillkor används

$$\Theta = R - S = R - bG - cB - dQ - dQ_n \varphi \geq 0 \quad (1-20)$$

Vid beräkning med sannolikhetsteoretisk metod används dimensioneringsvärdena för de stokastiska variablerna R , G , B , Q , φ och samhörande hjälpvärden κ , se Bilaga B:

$$R^* = m_R e^{-\alpha_R \beta V_R} \quad \kappa_R = R^* V_R \quad (1-21)$$

$$G^* = m_G (1 - \alpha_G \beta V_G) \quad \kappa_G = -b m_G V_G = -d Q_n \mathbf{v}_G \lambda V_G \quad (1-22)$$

$$B^* = m_B (1 - \alpha_B \beta V_B) \quad \kappa_B = -c m_B V_B = -d Q_n \mathbf{v}_B \lambda V_B \quad (1-23)$$

$$Q^* = m_Q (1 - \alpha_Q \beta V_Q) \quad \kappa_Q = -d m_Q V_Q = -d Q_n \lambda V_Q \quad (1-24)$$

$$\varphi^* = m_\varphi (1 - \alpha_\varphi \beta V_\varphi) \quad \kappa_\varphi = -d Q_n m_\varphi V_\varphi \quad (1-25)$$

Med dimensioneringsvärdena insatta i (1-20) gäller likhetstecknet. Då fås

$$R^* - bG^* - cB^* - dQ^* - dQ_n \varphi^* = 0 \quad (1-26)$$

I ovanstående uttryck är α känslighetskoefficienter som skall uppfylla villkoret:

$$\alpha_R^2 + \alpha_G^2 + \alpha_B^2 + \alpha_Q^2 + \alpha_\varphi^2 = 1 \quad (1-27)$$

Koefficienterna har värden $-1 \leq \alpha \leq 1$. Känslighetskoefficienten α är positiv för gynnsamma faktorer och negativ för ogynnsamma. Ju större koefficienten är desto större betydelse har osäkerheten i motsvarande variabel.

Vidare gäller att hjälpvärden κ_i definieras enligt följande.

Om X_i är normalfördelad:

$$\kappa_i = m_i V_i \left. \frac{\partial \Theta}{\partial X_i} \right|_{X_i=x^*} \quad \alpha_i = \frac{\kappa_i}{\sqrt{\sum \kappa_i^2}} \quad (1-28a)$$

$$x_i^* = m_i (1 - \alpha_i \beta V_i)$$

Om X_i är logaritmiskt normalfördelad:

$$\kappa_i = x_i^* V_i \left. \frac{\partial \Theta}{\partial X_i} \right|_{X_i=x^*} \quad \alpha_i = \frac{\kappa_i}{\sqrt{\sum \kappa_i^2}} \quad (1-29a)$$

$$x_i^* = m_i e^{-\alpha_i \beta V_i}$$

Uttrycken gäller för $V_i < 0,25$. Om V_i är stort ersätts i (1-28a) och (1-29a) m_i med $m_i / \sqrt{1 + V_i^2}$ och V_i med $\sqrt{\ln(1 + V_i^2)}$ så att då X_i är normalfördelad

$$\kappa_i = \frac{m_i}{\sqrt{1 + V_i^2}} \sqrt{\ln(1 + V_i^2)} \left. \frac{\partial \Theta}{\partial X_i} \right|_{X_i=x^*} \quad \alpha_i = \frac{\kappa_i}{\sqrt{\sum \kappa_i^2}} \quad (1-28b)$$

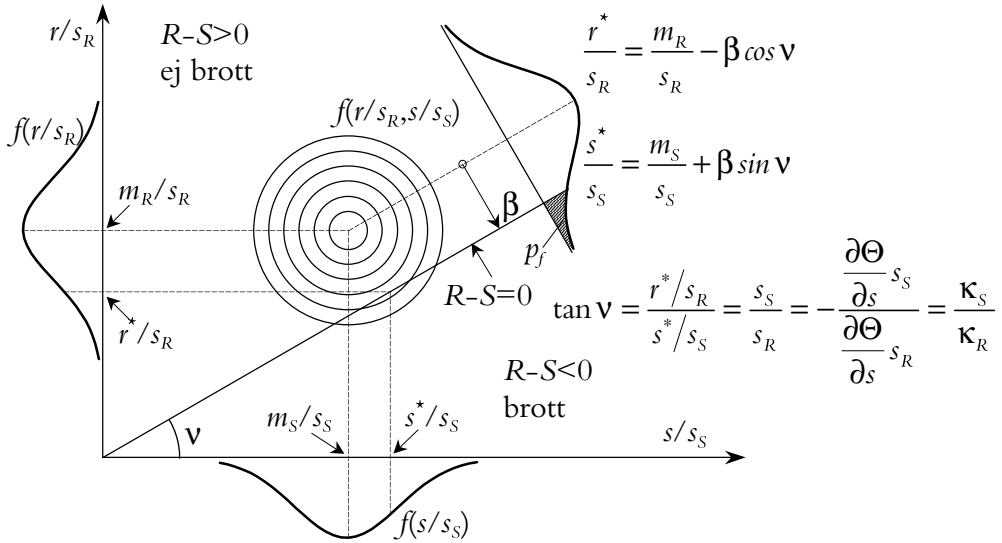
$$x_i^* = \frac{m_i}{\sqrt{1 + V_i^2}} - \alpha_i \beta \sqrt{\ln(1 + V_i^2)}$$

och då X_i är logaritmiskt normalfördelad

$$\kappa_i = x_i^* \sqrt{\ln(1 + V_i^2)} \left. \frac{\partial \Theta}{\partial X_i} \right|_{X_i=x^*} \quad \alpha_i = \frac{\kappa_i}{\sqrt{\sum \kappa_i^2}} \quad (1-29b)$$

$$x_i^* = \frac{m_i}{\sqrt{1 + V_i^2}} e^{-\alpha_i \beta \sqrt{\ln(1 + V_i^2)}}$$

I Figur 1.4 visas en geometrisk tolkning av metodens principer för två normalfördelade variabler R och S och för gränstillståndet Θ med den enkla formen $\Theta = R - S$. Den tvådimensionella frekvensfunktionen $f(r,s)$ är i figuren åskådliggjord med nivåkurvor.



Figur 1.4 Den tvådimensionella frekvensfunktionen $f(r, s) = f(r/s_R) f(s/s_S)$ åskådliggjord med nivåkurvor. Från NKB (1987), modifierad. Se även Bilaga B.

Insättning i (1-26) ger med $dm_Q = \lambda dQ_n$, $bm_G = v_G \lambda dQ_n$ och $cm_B = v_B \lambda dQ_n$ enligt (1-16)

$$\frac{R^*}{dQ_n} - \frac{bG^*}{dQ_n} - \frac{cB^*}{dQ_n} - \frac{Q^*}{Q_n} - \phi^* = 0$$

$$\frac{m_R}{dQ_n} e^{-\alpha_R \beta V_R} - v_G \lambda (1 - \alpha_G \beta V_G) - v_B \lambda (1 - \alpha_B \beta V_B) - \lambda (1 - \alpha_Q \beta V_Q) - m_\phi (1 - \alpha_\phi \beta V_\phi) = 0$$
(1-30)

vilket med $Z = m_R/dQ_n$ och $\psi =$ summan av de fyra senare termerna i (1-30) kan skrivas

$$Ze^{-\alpha_R \beta V_R} - \psi = 0$$

varur

$$Z = \psi e^{\alpha_R \beta V_R}$$
(1-31)

Z är erforderligt medelvärde på bärförmågan m_R satt i relation till den nominella lasten dQ_n . Z kan bestämmas om värden på α , β , v , λ , ζ , c , ϕ och V är kända.

Beräkningsgången kan vara följande, se Östlund (1997):

(1) Ett värde på α_φ antas

$$(2) \quad \alpha_G = \frac{v_G \lambda V_G \alpha_\varphi}{m_\varphi V_\varphi}, \quad \alpha_B = \frac{v_B \lambda V_B \alpha_\varphi}{m_\varphi V_\varphi} \quad \text{och} \quad \alpha_Q = \frac{\lambda V_Q \alpha_\varphi}{m_\varphi V_\varphi} \quad \text{beräknas}$$

(3) ψ beräknas med (1-30)

(4) $R^* = dQ_n \psi$ och κ_R beräknas

$$(5) \quad N = \frac{\sqrt{\Sigma \kappa^2}}{dQ_n} = \sqrt{(v_G \lambda V_G)^2 + (v_B \lambda V_B)^2 + (\lambda V_Q)^2 + (m_\varphi V_\varphi)^2 + (\psi V_R)^2}$$

(6) $\alpha_\varphi = \frac{-m_\varphi V_\varphi}{N}$ beräknas och jämförs med antagandet i (1)

(7) $\alpha_G = \frac{-v_G \lambda V_G}{N}$, $\alpha_B = \frac{-v_B \lambda V_B}{N}$, $\alpha_Q = \frac{-\lambda V_Q}{N}$ och $\alpha_R = \psi V_R$ beräknas

(8) Z beräknas.

2 Partialkoefficientmetoden tillämpad på bärförmåga

2.1 Inledning

Partialkoefficientmetoden är en säkerhetsmetod som är baserad på karakteristiska värden och partialkoefficienter.

Dimensionerande materialvärden bestäms, enligt BBK94, som

$$f_d = \frac{f_k}{\eta\gamma_m\gamma_n} \quad (2-1)$$

Genom η beaktas systematiska skillnader vid fastställandet av värdet på hållfastheten i provkropp och i konstruktion.

Genom γ_m beaktas hållfasthetsvärdenas slumpmässiga osäkerhet. Värdet på γ_n beror på aktuell säkerhetsklass.

2.2 Normvärden

2.2.1 Partialkoefficienten $\eta\gamma_m$

I brottgränstillstånd skall produkten $\eta\gamma_m$ för betong sättas lika med 1,5 vid bestämning av hållfasthetsvärde och 1,2 vid bestämning av elasticitetsmodul. För armering skall motsvarande produkt $\eta\gamma_m$ sättas lika med 1,15 vid bestämning av hållfasthetsvärde och 1,05 vid bestämning av elasticitetsmodul.

Om måttavvikelser beaktas direkt i beräkningarna enligt BBK94 2.6.3 punkt b) får f_d multipliceras med 1,1 för betong och med 1,05 för armeringsstål om $\eta\gamma_m$ bestäms enligt tabellmetoden, se avsnitt 2.4 nedan.

Det karakteristiska värdet, f_k , på bärförmågan tar hänsyn till den stokastiska variationen av motståndsparametern bestämt utifrån standardiserade provkroppar och provmetoder.

2.2.2 Partialkoefficienten η

η är, som nämnts ovan, den systematiska avvikelsen mellan den verkliga hållfastheten i konstruktionen och hållfastheten i provkroppar. η beräknas som 1/medelvärdet av ρ , där ρ är en faktor som överför provkropparnas hållfasthet till hållfastheten i konstruktionen. Värdena på η beror på konstruktionsmaterial, för vissa material även av lastens varaktighet och konstruktionens fuktighet och eventuellt av dess ålder. Enligt BBK94 2.3.1 är η för betong 1,2 och för armering 1,0.

2.2.3 Partialkoefficienten γ_n

Partialkoefficienten γ_n beror enligt ovan på aktuell säkerhetsklass. Följande värden gäller enligt BBK94:

Tabell 2.1 Säkerhetsklass med tillhörande partialkoefficient, γ_n . Tabellen är kompletterad med motsvarande värden på brottsannolikheten, p_f , och säkerhetsindex, β , enligt Tabell 1.2.

Säkerhetsklass	1	2	3
γ_n	1,0	1,1	1,2
Brottsannolikhet, p_f	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
Säkerhetsindex, β	3,72	4,26	4,75

2.3 Alternativa värden

Att finna η (eller ρ) är mycket svårt för en färdig konstruktion. I NKB (1978) används "en extra partialkoefficient $\gamma_0 = 1,1$ ", vilken inte återfinns i NKB (1987). Vi föreslår att η sätts lika med detta $\gamma_0 = 1,1$ vilket är en sänkning med 1/10 jämfört med BBK94 (1994). Avvikelsen mellan en utborrad provkropp och färdig konstruktion bör vara mindre än avvikelsen mellan en gjuten provkropp och färdig konstruktion. Därav minskningen av η från 1,2 till 1,1.

Alternativa värden för partialkoefficienten γ_m enligt tabellmetoden och den sannolikhetsteoretiska metoden behandlas nedan i avsnitten 2.4 och 2.5.

2.4 Partialkoefficienten γ_m enligt tabellmetoden

Partialkoefficienten γ_m bestäms enligt NKB (1987) som produkten av fyra faktorer

$$\gamma_m = \gamma_{m1} \gamma_{m2} \gamma_{m3} \gamma_{m4} \quad (2-2)$$

där

γ_{m1} tar hänsyn till osäkerheter i det karakteristiska värdet för den hållfasthet f som vid kontroll bestäms på särskilda provkroppar samt osäkerheter i förhållandet mellan hållfastheten i konstruktionen och hållfasthetsvärdet f .

γ_{m2} tar hänsyn till osäkerheter i beräkningsmodell och mått.

γ_{m3} tar hänsyn till betydelsen av brottets karaktär.

γ_{m4} tar hänsyn till inverkan av kontroll.

Vid undersökningar i brottgränstillståndet används enligt NKB (1987) följande värden på partialkoefficienterna till motståndsp parametrarna. Värdena är bestämda med användning av en sannolikhetsteoretisk metod på liknande sätt som i Avsnitt 1.3.

Osäkerhet i hållfasthet γ_{m1}

Tabell 2.2 Partialkoefficienten γ_{m1}

V_ρ	V_f			
	0,05	0,10	0,15	0,20
0	1,31	1,33	1,40	1,52
0,05	1,35	1,37	1,44	1,56
0,10	1,49	1,49	1,54	1,67

V_f är variationskoefficienten för hållfastheten f bestämd m.h.a. standardiserade provkroppar

V_ρ är variationskoefficienten för faktorn ρ som överför provkropparnas hållfasthet till konstruktionens.

De ovan angivna värdena gäller i samband med 5%-fraktilvärden av hållfasthetsparametern. Om andra fraktilvärden används skall de angivna värdena på γ_{m1} multipliceras med faktorn

$$e^{(1,65-k)V} \quad (2-3)$$

där V är variationskoefficienten och k svarar mot den använda fraktilen. Värden på k , som bestäms av normalfördelningen, anges för några fraktiler i nedanstående tabell.

Tabell 2.3 Koefficienten k

Fraktil	20%	10%	5%	2%	1%	0,1%
k	0,84	1,28	1,65	2,05	2,33	3,09

Variationskoefficienten V fås enligt:

$$V = \frac{s}{m} = \frac{\text{standardavvikelse}}{\text{medelvärde}} \quad (2-4)$$

Osäkerhet i beräkningsmodell och mått γ_{m2}

Tabell 2.4 Partialkoefficienten γ_{m2}

	Beräkningsmodellens noggrannhet		
	hög	normal	dålig
γ_{m2}	0,95	1,00	1,10

Normal noggrannhet i beräkningsmodellen svarar mot vanliga beräkningar av normala konstruktioner och konstruktionselement. Hög noggrannhet förekommer exempelvis dels då det tagits särskild hänsyn till excentriciteter, andra ordningens moment och liknande i beräkningarna, och dels då beräkningsmodellerna är särskilt verifierade, exempelvis vid försök.

Brottets karaktär γ_{m3}

Tabell 2.5 Partialkoefficienten γ_{m3}

	Brotttyp		
	segt brott med bärighetsreserv	segt brott utan bärighetsreserv	sprött brott
γ_{m3}	0,90	1,00	1,10

Brotttyp 1 omfattar fall med sega brott samt att det finns en kvarvarande bärförmåga utöver det bestämda motståndet, till exempel i form av tøjningshårdnande.

Brotttyp 2 omfattar fall med sega brott utan någon extra kvarvarande bärförmåga.

Brotttyp 3 omfattar fall med spröda brott, såsom stabilitetsbrott och motsvarande brott.

Inverkan av kontroll γ_{m4}

Tabell 2.6 Partialkoefficienten γ_{m4}

	Omfattning av kontroll m.a.p. material och utförande		
	särskild	normal	liten
γ_{m4}	0,95	1,00	1,10

Med ekvation (2-3) i (2-2) fås nu ett slutligt samband för γ_m :

$$\gamma_m = \gamma_{m1} e^{(1,65-k)V} \gamma_{m2} \gamma_{m3} \gamma_{m4} \quad (2-5)$$

Exempel betongkonstruktion

Beräkna motståndsparametern γ_m för en betong vars tryckhållfasthet provats vara $f_{ck} = 25$ MPa (10%-fraktilen). Anta vidare att *variationskoefficienten* för tryckhållfastheten är 0,15, *variationskoefficienten* $V_p = 0$, att det är *normal noggrannhet* i beräkningsmodellen, att *segt brott utan bärlighetsreserv* kan tänkas ske och att det sker en *normal kontroll* av material och utförande.

Lösning:

$$\begin{aligned}
 V_f = 0,15 \text{ för hållfastheten och } V_p = 0 \text{ ger :} & \quad \gamma_{m1} = 1,40 \\
 10\text{-fraktilvärde på tryckhållfastheten ger :} & \quad e^{(1,65-1,28)0,15} = 1,06 \\
 \text{Normal noggrannhet i beräkningsmodellen ger :} & \quad \gamma_{m2} = 1,00 \\
 \text{Segt brott utan bärlighetsreserv ger :} & \quad \gamma_{m3} = 1,00 \\
 \text{Normal kontroll av material och utförande ger :} & \quad \gamma_{m4} = 1,00 \\
 \text{Detta sammantaget ger :} & \quad \gamma_m = 1,40 \cdot 1,06 \cdot 1,00 \cdot 1,00 \cdot 1,00 = 1,484
 \end{aligned}$$

2.5 Partialkoefficienten $\eta\gamma_m$ enligt sannolikhetsteoretisk metod

Dimensioneringsvärdena kan med partialkoefficienter γ skrivas:

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_R} = \frac{m_R}{\gamma_R} e^{-k_R V_R} \quad (2-6)$$

$$G_d = \gamma_G G_k = \gamma_G m_G \quad (2-7)$$

$$B_d = \gamma_B B_k = \gamma_B m_B \quad (2-8)$$

$$Q_d = \gamma_Q Q_k = \gamma_Q Q_n \quad (2-9)$$

$$(Q_n \varphi)_d = \gamma_Q Q_n \varphi_d \quad (2-10)$$

Ekvation (1-26) blir i detta fall

$$R_d - bG_d - cB_d - dQ_d - d(Q_n \varphi)_d = 0 \quad (2-11)$$

Med värden enligt (2-6) - (2-10) och med $Z = m_R/dQ_n$ fås

$$\frac{Z}{\gamma_R} e^{-k_R V_R} - v_G \gamma_G m_G - v_B \gamma_B m_B - \gamma_Q (1 + \varphi_d) = 0 \quad (2-12)$$

Värden på Z beräknas med sannolikheteoretisk metod enligt (1-31). Värdet på en av partialkoefficienterna γ_R , γ_G , γ_B och γ_Q kan därefter bestämmas om värdena på de tre övriga är kända.

Numeriska värden

Östlund (1997) ansätter efter en del överväganden och beräkningar följande last- och materialvärden för en betongbro med längden $L = 4$ m och lasten $Q_n = 600$ kN. För broar med $4\text{m} < L < 50\text{m}$ erhåller han lägre partialkoefficienter.

Tabell 2.7 Valda lastvärden

β	$v = bm_G/cm_Q$	ζ	λ	V_G	V_Q	L [m]	Q_n [kN]	φ_n	m_φ	V_φ
4,75	0,8	1	1,05	0,05	0	4	600	0,42	0,39	0,5

Tabell 2.8 Valda materialvärden

V_f	V_C	V_a	$V_{R,ber}$	valt V_R	k_f	f_k/m_f	k_C	C_k/m_C	a_k/m_a	R_k/m_R
0,1	0,15	0	0,180	0,2	1,65	0,848	1,65	0,781	1	0,662

Beräkningar

Med värden enligt ovan erhålls följande:

Tabell 2.9 Beräknade värden

$\alpha_{\varphi,ant}$	α_G	α_Q	ψ	N	α_{φ}	α_G	α_Q	α_R	Z
-0,3477	-0,075	0	2,621	0,561	-0,348	-0,075	0	0,935	6,428

Tabell 2.10 Partialkoefficienter

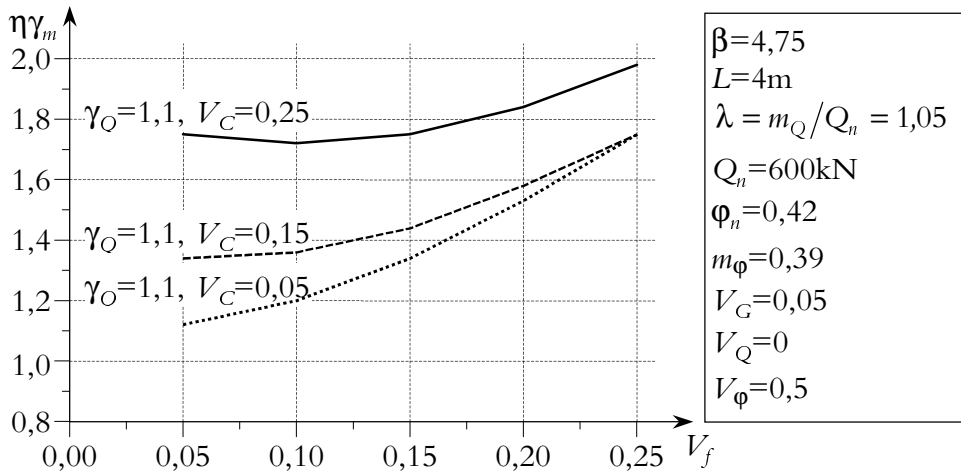
		Alt. (1)		Alt. (2)		
$\gamma_{n,valid}$	$\gamma_{G,valid}$	$\eta\gamma_{m,valid}$	$\gamma_{Q,ber}$	$\gamma_{Q,valid}$	$\gamma_{R,ber}$	$\eta\gamma_{m,ber}$
1,2	1	1,5	1,073	1,1	1,801	1,501

Man kan nu beräkna samhörande värden för partialkoefficienterna för last och material med olika antaganden för last- och materialparametrarna.

Om t ex $\beta = 4,75$ (säkerhetsklass 3), tåglastens partialkoefficient γ_Q sätts till 1,1 enligt Östlund (1997) och variationskoefficienterna V_f och V_C varieras erhålls, Tabell 2.11 och Figur 2.1.

Tabell 2.11 Partialkoefficienter för järnvägsbroar av betong

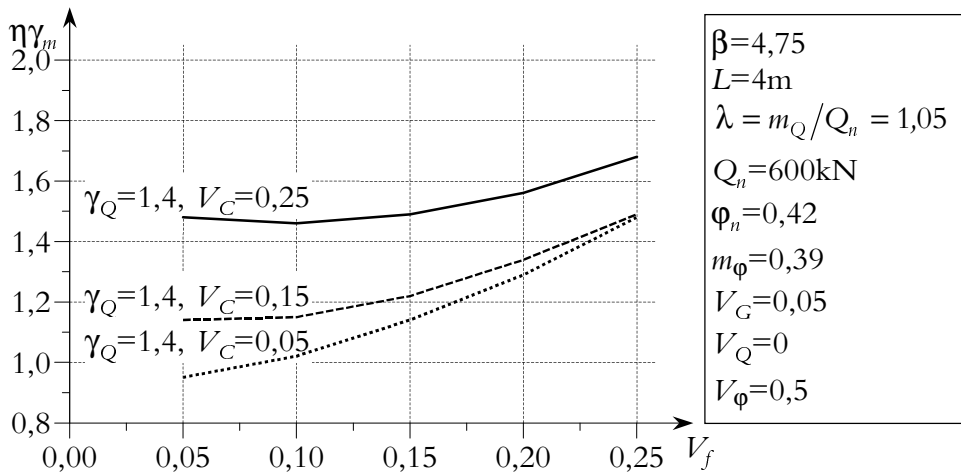
V_f	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
V_R för $V_C = 0,15$	0,158	0,180	0,212	0,250	0,292
γ_O för $\eta\gamma_m = 1,5$ och $V_C = 0,15$	0,90	0,92	1,01	1,16	1,35
γ_R för $\gamma_Q = 1,1$ för $V_C = 0,15$	1,61	1,63	1,73	1,89	2,11
$\eta\gamma_m$ för $\gamma_O = 1,1$ och $V_C = 0,05$	1,12	1,20	1,34	1,53	1,75
$\eta\gamma_m$ för $\gamma_O = 1,1$ och $V_C = 0,15$	1,34	1,36	1,44	1,58	1,75
$\eta\gamma_m$ för $\gamma_O = 1,1$ och $V_C = 0,25$	1,75	1,72	1,75	1,84	1,98



Figur 2.1 $\eta\gamma_m$:s variation som funktion av hållfasthetens variationskoefficient, V_f . Tåglastens partialkoefficient, $\gamma_Q = 1,1$ (enligt utredning av Östlund (1997)) samt $\gamma_G = 1$.

Om istället bronormens partialkoefficienter för laster används, $\gamma_Q = 1,4$, fås följande värden på $\eta\gamma_m$ som funktion av hållfasthetens variationskoefficient, se Figur 2.2.

Beräkningarna utgår från samma osäkerhet i materialvärden och samma totalsäkerhet β , vilket ger minskad $\eta\gamma_m$ om γ_Q ökar och ökad $\eta\gamma_m$ om γ_Q minskar. På detta sätt erhålls ingen ökning av kapaciteten. Varje partialkoefficient måste studeras var för sig och därefter kan lastnivån ökas med bibehållen totalsäkerhet.



Figur 2.2 $\eta\gamma_m$:s variation som funktion av hållfasthetens variationskoefficient, V_f . Tåglastens partialkoefficient, $\gamma_Q = 1,4$ (enligt bronormen) samt $\gamma_G = 1$.

3 Tillämpning på betongbroar

3.1 Exempel på beräkning av γ_m enligt tabellmetoden

Enligt avsnitt 2.4 kan följande något gynnsammare värde på $\eta\gamma_m$ än det som ges i BBK94 (1994) erhållas för exempelvis en kort lådbro utmed sträckan Gällivare - Luleå, under följande antaganden:

1. Betongens tryckhållfasthet f_{ck} (5%-fraktilvärde²) är bestämd med en variationskoefficient $V_f = 0,15$ och $V_p = 0$.

$$\gamma_{m1} = 1,40e^{(1,65-1,65)0,15} = 1,40$$
2. Normal noggrannhet i beräkningsmodellen

$$\gamma_{m2} = 1,00$$
3. Segt brott med bärighetsreserv. Segt brott antas enligt försök vid LTU.

$$\gamma_{m3} = 0,95$$
4. Normal kontroll av utförandet.

$$\gamma_{m4} = 1,00$$

Under ovanstående antaganden fås följande gynnsammare värde på $\eta\gamma_m$

$$\eta\gamma_m = 1,1 \cdot 1,40 \cdot 0,95 \cdot 1,00 \cdot 1,00 = 1,463$$

vilket innebär att betongens dimensionerande hållfasthet kan ökas med

$$\frac{1,5}{1,463} = 1,0253 \quad \Leftrightarrow \quad 2,5 \%$$

3.2 Sju verkliga broar

3.2.1 Inledning

Sju olika järnvägsbroar av betong på sträckan mellan Luleå och Boden har undersökts med avseende på betongens drag- och tryckhållfasthet. Utborrade kärnor med $\varnothing 100$ mm, svarvade och med $\varnothing 85$ mm "notch", har provats genom enaxiella dragförsök, se Thun et al (1999) med följande resultat, Tabell 3.1:

² Enligt BBK94 skall ett karakteristiskt värde avses motsvara den sanna 0,05-fraktilen för tryckhållfastheten hos betongcylindrar med 150 mm diameter och 300 mm höjd, lagrade i vatten vid 20 ± 2 °C fram till provningstillfället och provade enligt Draft Standard ISO/DIS 2736.

Tabell 3.1 Sammanställning av enaxiella dragförsök.

Bro	Prov nr	F_{max} [kN]	f_{ct}^* [MPa]
Boden C	1:1	12,941	2,281
	2:1	17,941	3,162
	3:1	13,107	2,310
Garnisonsvägen	GAR 1	23,04	4,06
	GAR 2	20,45	3,60
	GAR 3	21,67	3,82
Gammelstad	1:3	15,696	2,766
	2:3	21,335	3,760
	3:3	18,747	3,304
Notviken	NOT 1	21,31	3,76
	NOT 2	24,47	4,31
	NOT 3	18,56	3,27
Haparandavägen	HAP 1	22,09	3,89
	HAP 2	19,81	3,49
	HAP 3	17,54	3,09
Kallkällevägen	1:2	15,406	2,715
	2:2	18,503	3,261
	3:2	16,842	2,968
Bensbyvägen	BEN 1	15,41	2,72
	BEN 2	14,37	2,53
	BEN 3	23,07	4,07

f_{ct}^* är värden från provningar ur sidobalkar i aktuella objekt. Om andra konstruktionsdelar än trågbalkarna skall studeras bör provning ske i dessa delar eller hänsyn tas till osäkerheten. Eventuellt kan detta ske med en extra partialkoefficient, se Kapitel 4 och Thun et al (1999).

Även tryckhållfastheten har provats med utborrade cylindrar, $\varnothing 100$ mm, och följande resultat erhöles:

Tabell 3.2 Sammanställning av tryckprov med utborrade kärnor.

Bro	Prov nr	F_{max} [kN]	f_{cc}^* [MPa]		
Boden C	1.1	592,3	68,4	Innehöll 1 st. armeringsstål	
	2.1	681,8	78,7		
	3.1	626,5	71,9		
Garnisonsvägen	1.2	765,0	88,3	Innehöll 2 st. armeringsstål	
	2.2	673,4	77,3	Innehöll 1 st. armeringsstål	
	3.2	737,0	84,5	Innehöll 1 st. armeringsstål	
Gammelstad	1.3	644,7	74,0	Innehöll 3 st. armeringsstål	
	2.3	667,4	77,0		
	3.3	593,2	69,7		
Notviken	1.4	633,4	74,3	Innehöll 1 st. armeringsstål	
	2.4	595,1	70,0		
	3.4	522,6	61,3		
Haparandavägen	1.5	657,6	77,0	Innehöll 1 st. armeringsstål	
	2.5	735,0	86,0		
	3.5	644,6	75,4		
Kalkkällevägen	1.6	612,9	71,7	Innehöll 1 st. armeringsstål	
	2.6	-	-		Provet för kort. Ej testat
	3.6	524,3	61,5		Innehöll 2 st. armeringsstål
			63,8		
		53,9			
		55,6			
Bensbyvägen	1.7	609,9	71,2	Innehöll 1 st. armeringsstål	
	2.7	561,2	65,5		
	3.7	502,9	59,1		Innehöll 3 st. armeringsstål

f_{cc}^* är värden från provningar ur trågbalkar i aktuella objekt. Om andra konstruktionsdelar än trågbalkarna skall studeras bör provning ske i dessa delar eller hänsyn tas till osäkerheten. Eventuellt kan detta ske med en extra partialkoefficient, se Kapitel 4 och Thun et al (1999).

Ur resultaten beräknas medelvärde, m , och standardavvikelse, s , enligt

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3-1)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m)^2}{n - 1}} \quad (3-2)$$

och variationskoefficienten, V :

$$V = \frac{s}{m} \quad (2-4)$$

Tabell 3.3 Medelvärde, standardavvikelse och variationskoefficient för sju provade broar.

Bro	Draghållfasthet			Tryckhållfasthet		
	m [MPa]	s [MPa]	V [-]	m [MPa]	s [MPa]	V [-]
Boden C	2,584	0,500	0,194	73,0	5,24	0,07
Garnisonsgatan	3,827	0,230	0,060	83,4	5,59	0,07
Gammelstad	3,277	0,498	0,152	73,6	3,67	0,05
Notviken	3,780	0,520	0,138	68,5	6,62	0,10
Haparandavägen	3,490	0,400	0,115	79,5	5,71	0,07
Kallkällvägen	2,981	0,273	0,092	61,3	7,10	0,12
Bensbyvägen	3,107	0,840	0,270	65,3	6,05	0,09

3.2.2 Karakteristisk drag- och tryckhållfasthet

Den karakteristiska hållfastheten har här utvärderats på tre olika sätt.

- statistiskt
- enligt ekvation (d), avsnitt 4:3 i Dimensionering genom provning (1994)
- enligt BBK94, avsnitt 7.3.3.3

De tre utvärderingarna är gjorda med syfte att uppfylla kraven i BBK94 om att det karakteristiska värdet skall motsvara den sanna 0,05-fraktilen av hållfastheten.

Den *statistiska utvärderingen* är gjord under antagandet att hållfastheten är normalfördelad med skattade medelvärden, m , och standardavvikelse, s . Det karakteristiska 0,05-fraktilvärdet fås genom att söka det värde som uppfyller

$$P(\xi \geq f_{ctk}) = 0,95$$

$$1 - P(\xi \leq f_{ctk}) = 0,95$$

$$1 - \Phi\left(\underbrace{\frac{f_{ctk} - m}{s}}_{<0}\right) = 0,95$$

där kvoten inom parentesen är mindre än noll eftersom det karakteristiska värdet är mindre än medelvärdet.

$$1 - \left(1 - \Phi\left(\frac{m - f_{ctk}}{s}\right)\right) = 0,95$$

$$1 - 1 + \Phi\left(\frac{m - f_{ctk}}{s}\right) = 0,95$$

som med hjälp av tabellverk ger (jämför även Tabell 1.1)

$$\frac{m - f_{ctk}}{s} = 1,6449$$

$$f_{ctk} = m - 1,6449s \quad (3-3)$$

Samma antaganden som ovan gäller för utvärdering enligt *Dimensionering genom provning* (1994) där det karakteristiska värdet fås enligt ekvation (d) i avsnitt 4:3 med 75% konfidensnivå till

$$f_{ctk} = m(1 - k_{pn} \cdot V) = m - k_{pn}s$$

där k_{pn} beror av aktuell fraktil och antal mätvärden enligt tabell (a) i bilaga i *Dimensionering genom provning* (1994) och är

$$k_{pn} = 3,19$$

för 5%-fraktil och tre mätvärden. Detta ger

$$f_{ctk} = m - 3,19s^3 \quad (3-4)$$

³⁾ Gäller vid tre (3) provvärden. För Kalkkällvägen med fem (5) provvärden används $m-2,46s$.

Jämförelse med EC-1 (1994) tabell D.1 ger $k_{pn} = 3,37$ om V är okänd och $k_{pn} = 1,89$ om V är känd.

Utvärdering enligt *BBK94 (1994)* görs enligt avsnitt 7.3.3.3. *Villkor A* för en serie om tre prov ur en konstruktionsdel ger

$$m \geq f_{TK} + 0,5$$

$$f_{ct}^* \geq \begin{cases} f_{TK} - 0,6 \\ 0,8 f_{TK} \end{cases}$$

där f_{TK} är fordrat värde på draghållfasthet vid provning av betong i färdig konstruktion. Detta samband leder till följande krav:

$$f_{TK} = \min \begin{cases} m - 0,5 \\ f_{ct, \min}^* + 0,6 \\ f_{ct, \min}^* / 0,8 \end{cases}$$

Villkor B får tillämpas för det fall att minst sex prov utförts och ger då

$$m \geq f_{TK} e^{1,4 \frac{s}{m}}$$

$$f_{ct}^* \geq \begin{cases} f_{TK} - 0,6 \\ 0,8 f_{TK} \end{cases}$$

vilket leder till kravet

$$f_{TK} = \min \begin{cases} m e^{-1,4 \frac{s}{m}} \\ f_{ct, \min}^* + 0,6 \\ f_{ct, \min}^* / 0,8 \end{cases}$$

Villkor B är strängare än *villkor A* för höga värden på medelvärdet m och variationskoefficienten V enligt följande:

$V = \frac{s}{m}$	$m(1 - e^{-1,4V}) > 0,5$	m
0,05	\Rightarrow	$m > 7,4 \text{ MPa}$
0,15	\Rightarrow	$m > 2,6 \text{ MPa}$
0,25	\Rightarrow	$m > 1,7 \text{ MPa}$

För att vara på säker sida bör det strängaste av villkoren A och B tillämpas vilket ger

$$f_{TK} = \min \begin{cases} m - 0,5 \\ me^{-1,4\frac{s}{m}} = me^{-1,4V} \\ f_{ct,min}^* + 0,6 \\ f_{ct,min}^* / 0,8 \end{cases} \quad (3-5)$$

På samma sätt fås för tryckhållfastheten:

$$f_{KK} = \min \begin{cases} m - 4 \\ me^{-1,4\frac{s}{m}} \\ f_{cc,min}^* + 5 \\ f_{cc,min}^* / 0,8 \end{cases} \quad (3-6)$$

För att få fram karakteristiska hållfasthetsvärden måste vissa korrekitioner göras av f_{TK} - och f_{KK} -värdena. Omräkning till hållfasthetsklassvärde görs genom att dividera f_{TK} - värdena med 0,9 och f_{KK} -värdena med 0,8 med hänsyn till att hållfasthet i färdig konstruktion vid normalt arbetsutförande är omkring 10 % respektive 20 % lägre än i standardprov, se tabellerna 7.3.3.3 a och b i BBK94 (1994).

Tryckhållfasthetsvärdena härrör dock från cylindrar (100x100mm som motsvarar kuber 150x150x150mm). Dessa värden måste räknas om till i BBK94 (1994) avsnitt 7.3.3.1 angivna standardiserade provcylindrar (150x300mm). Detta görs genom att multiplicera tryckhållfasthetsklassvärdena med faktorn 0,82. Den karakteristiska tryckhållfastheten fås slutligen genom att ytterligare multiplicera värdena med 0,85 för att ta hänsyn till långtidseffekter.

Dessa korrekitioner leder fram till följande samband mellan karakteristiska hållfastheter och utvärderade värden enligt BBK94 (1995):

$$f_{ctk} = \frac{f_{TK}}{0,9} = 1,11 f_{TK} \quad (3-7)$$

$$f_{ck} = \frac{0,82 \cdot 0,85 \cdot f_{KK}}{0,8} = 0,87 f_{KK} \quad (3-8)$$

Se även Thun et al (1999).

Med ekvationerna (3-3) - (3-6) fås följande värden på utvärderade drag- och tryckhållfastheter, se Tabell 3.4 och Tabell 3.5.

Tabell 3.4 Utvärderad draghållfasthet.

Bro	Statistisk metod ekv (3-3)	Dimen- sionering genom provning ekv (3-4)	BBK 94 7.3.3.3		
			ekv (3-5)	Draghåll- fasthets- klass enligt tabell 7.3.3.3b	f_{ctk}
Boden C	1,761	0,988	1,97 (B)	T2,0	2,19
Garnisonsgatan	3,448	3,093	3,33 (A)	T4,0	3,70
Gammelstad	2,458	1,689	2,65 (A)	T3,0	2,94
Notviken	2,924	2,120	3,12 (A)	T3,5	3,46
Haparandavägen	2,832	2,214	2,97 (A)	T3,5	3,30
Kalkällevägen	2,532	2,110	2,48 (A)	T3,0	2,76
Bensbyvägen	1,726	0,428	2,13 (B)	T2,5	2,36

Tabell 3.5 Utvärderad tryckhållfasthet.

Bro	Statistisk metod ekv (3-3)	Dimensionering genom provning ekv (3-4)	BBK 94 7.3.3.3		
			ekv (3-6)	Tryckhållfasthetsklass enligt tabell 7.3.3.3a	f_{ck}
Boden C	64,4	56,3	66,0 (B)	K80	57,5
Garnisonsgatan	74,2	65,5	75,9 (B)	K80	66,1
Gammelstad	67,5	61,9	68,6 (B)	K80	59,8
Notviken	57,6	47,4	59,9 (B)	K70	52,2
Haparandavägen	70,1	61,2	71,9 (B)	K80	62,6
Kalkkällevägen	49,6	43,8	52,1 (B)	K60	45,4
Bensbyvägen	55,3	46,0	57,3 (B)	K70	49,9

En jämförelse mellan de tre metoderna ger följande.

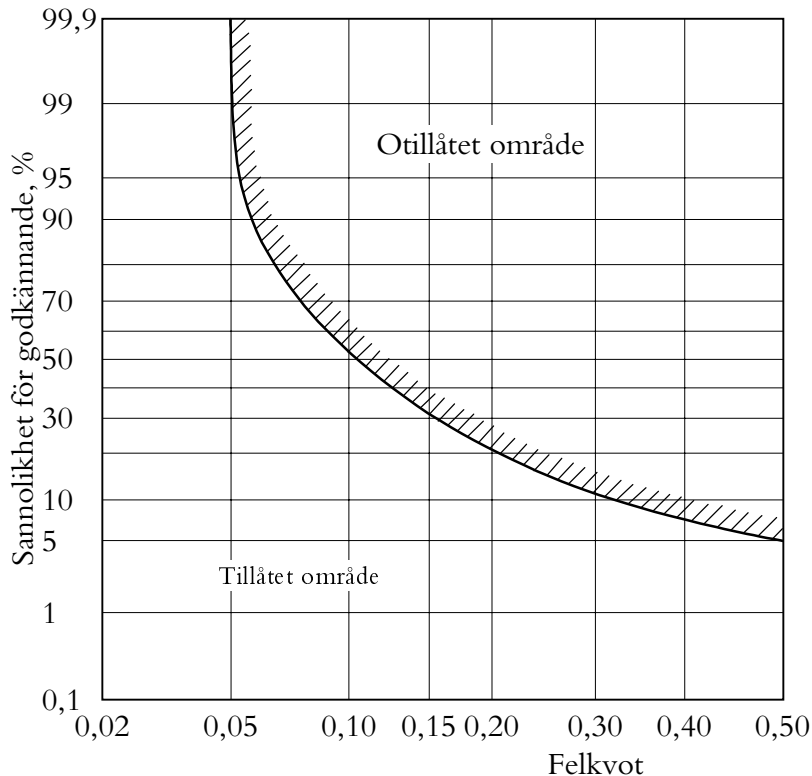
Det statistiska metoden underskattar lika ofta som den överskattar den verkliga 5%-kvantilen. Men genom att använda metoden på en och samma konstruktion fås en lägre spridning än i en tänkt population.

Dimensionering genom provning skall användas när prototyper av byggelement provas för att bestämma den karakteristiska bärförmåga som kan ansättas i en konstruktionsberäkning. Det antas att flera byggelement kommer att tillverkas till vilka det erhållna karakteristiska värdet knyts. En skattningsmetod med fix, hög sannolikhet att inte överskatta populationens verkliga 5%-kvantil väljs. Detta innebär att 5%-kvantilen oftast underskattas, vilket leder till de låga värdena i Tabell 3.4 och Tabell 3.5.

BBK 7.3.3.3 använder inte provseriens variation direkt i villkor A. Den är gjord för den situation som gäller här; att utvärdera hållfastheten i en färdig konstruktion. Den är dock utformad med hänsyn till att produkten $\eta\gamma_m = 1,5$. Den är därför inte till för att "bakvägen" bestämma ett karakteristiskt värde, vilket vi gör här. Vi väljer ändå att tillämpa BBK:s metod.

Att draghållfasthetsklassen enligt Tabell 7.3.3.b i BBK94 (1995) blir något högre än f_{TK} beror på att hållfastheter vid normalt arbetsförfarande blir lägre i ett byggnadsverk än i standardprov, se Möller et al (1994) avsnitt 11.12:2, "Hållfasthetsutveckling i betongbyggnader".

Som belysning av BBK94:s metod kan även följande kommentarer i BBK79 (1979) beaktas: "Provningsresultat vid stickprov anses uppfylla fordringarna för viss hållfasthetsklass, om de godkänns enligt en värderingsregel, vars OC-kurva inte skär genom otillåtet område i figur 7-1. (En OC-kurva anger sannolikheten för godkännande av ett stickprov som funktion av den verkliga felkvoten, i detta fall andelen hållfasthetsvärden lägre än fordrat värde. Se vidare SS 01 42 01.)"



Figur 3.1 Fig 7-1 i BBK79 (1979): Otillåtet område för OC-kurva vid värdering av provningsresultat.

OC-kurvor (Operating Characteristic Curves) behandlas även i Möller et al (1994) avsnitt 11.2:2 "Standardiserade hållfasthetsklasser".

BBK:s metod kan även jämföras med den sannolikheteoretiska metoden i Avsnitt 1.3.4 där bärförmågans dimensioneringsvärde enligt ekvation (1-21) antas vara logaritmiskt normalfördelat och skrivs som

$$R^* = m_R e^{-\alpha_R \beta V_R} \quad (1-21)$$

Med $\alpha_R = 1$ och $\beta = 1,645$ (5%-fraktil) fås f_{TK} -värden som är faktorn $e^{-1,645}/e^{-1,4} = e^{-0,245} = 0,783$ (22%) lägre än BBK:s värden enligt villkor B. Man kan också se

det som så att man tillåter att β -värdet sänks med maximalt $\Delta\beta = 0,25$ i en verklig konstruktion jämfört med dimensioneringsvärdet och den sannolikhets-teoretiska metoden, se NKB 87 (1987). Sänkningen motsvarar ungefär en halv säkerhetsklass, jämför Tabell 1.2.

En mycket viktig förutsättning för utvärderingen enligt ovan är att provkropparna måste vara tagna i den konstruktionsdel som skall undersökas. Om så inte är fallet, bör hänsyn tas därtill, se Kapitel 4 och diskussionen angående en extra partialkoefficient, γ_{m5} , och Thun et al (1999).

3.2.3 Partialkoefficienten $\eta\gamma_m$ enligt tabellmetod

Partialkoefficienten γ_m fås enligt ekvation (15):

$$\gamma_m = \gamma_{m1} e^{(1,65-k)V} \gamma_{m2} \gamma_{m3} \gamma_{m4}$$

Partialkoefficienten γ_{m1} - osäkerhet i karakteristiskt värde på hållfasthet

Vid bestämning av γ_{m1} används variationskoefficienterna enligt Tabell 3.3 i Tabell 2.2 och 5%-fraktil i Tabell 2.3 vilket ger $k = 1,65$ och därmed är $e^{(1,65-1,65)V} = 1$.

Enligt Avsnitt 2.2.2 sätts $\eta = 1,1$ (konstant). Detta innebär även att medelvärdet m_η av η är lika med 1,1. För att bestämma variationskoefficienten för ρ gäller:

$$\eta = \frac{1}{m_\rho} \quad \Rightarrow$$

$$m_\rho = \frac{1}{\eta} = \frac{1}{1,1} = 0,909090\dots$$

vilket är en konstant. Detta innebär att spridningen för ρ är noll, $s_\rho = 0$, vilket leder till att

$$V_\rho = \frac{s_\rho}{m_\rho} = \frac{0}{m_\rho} = 0$$

Detta ger nu följande värden på partialkoefficienten, γ_{m1} , för drag- respektive tryckhållfastheterna:

Tabell 3.6 Partialkoefficienten γ_{m1} , för drag- respektive tryckhållfastheterna.

Bro	Drag		Tryck	
	V_f [-]	γ_{m1} [-]	V_f [-]	γ_{m1} [-]
Boden C	0,194	1,502	0,07	1,31
Garnisonsgatan	0,060	1,310	0,07	1,31
Gammelstad	0,152	1,404	0,05	1,31
Notviken	0,138	1,378	0,10	1,33
Haparandavägen	0,115	1,345	0,07	1,31
Kallkällevägen	0,092	1,323	0,12	1,35
Bensbyvägen	0,270	1,773	0,09	1,32

Partialkoefficienten γ_{m2} - osäkerhet i beräkningsmodell och mått

Vid bestämning av γ_{m2} antas att beräkningsnoggrannheten är normal då varje bro räknas om med hjälp av numeriska datorberäkningar, men att det ej tas hänsyn till måttavvikelse, excentriciteter och andra ordningens moment. Detta ger för alla de sju broarna $\gamma_{m2} = 1,0$.

Partialkoefficienten γ_{m3} - brottkaraktär

Med ledning av resultat från provning av en verklig bro enligt 30 ton på Malm-banan (1996) kan ett brott i en av järnvägsbroarna antas ske under ett segt beteende. Vidare antas brottet ske utan bärighetsreserv. Detta ger för alla sju broarna $\gamma_{m3} = 1,0$.

Partialkoefficienten γ_{m4} - inverkan av kontroll

Då det saknas kännedom om hur kvalitetskontrollen utfördes vid produktionen av broarna sätts värdet på γ_{m4} till 1,0. Skulle det skett särskild eller liten kontroll avspeglas det i provningsresultaten.

Nu kan slutligen de nya nyanserade värdena på $\eta\gamma_m$ beräknas för de sju broarna:

Tabell 3.7 Nya beräknade nyanserade värden på $\eta\gamma_m$

Bro	Drag		Tryck	
	γ_{m1}	$\eta\gamma_m$	γ_{m1}	$\eta\gamma_m$
Boden C	1,502	1,65	1,31	1,44
Garnisonsgatan	1,310	1,44	1,31	1,44
Gammelstad	1,404	1,54	1,31	1,44
Notviken	1,378	1,52	1,33	1,46
Haparandavägen	1,345	1,48	1,31	1,44
Kallkällevägen	1,323	1,46	1,35	1,48
Bensbyvägen	1,773	1,95	1,32	1,46

3.2.4 Dimensionerande drag- och tryckhållfasthet

För de sju broarna erhålls dimensionerande drag- respektive tryckhållfasthet enligt BKR 94 avsnitt 7:3121

$$f_d = \frac{f_k}{\eta\gamma_m\gamma_n}$$

där

- f_d = dimensionerande hållfasthetsvärde
- f_k = karakteristiskt hållfasthetsvärde enligt Tabell 3.4 och Tabell 3.5
- $\eta\gamma_m$ = enligt Tabell 3.7
- γ_n = 1,2 i säkerhetsklass 3

Med partialkoefficienter γ_m enligt tabellmetodens värden i Tabell 3.7 fås

Tabell 3.8 Dimensionerande drag- och tryckhållfasthetsvärden.

Bro	f_{ctk} [MPa]	$\eta\gamma_m$	f_{ctd} [MPa]	f_{ck} [MPa]	$\eta\gamma_m$	f_{cd} [MPa]
Boden C	2,19	1,65	1,10	57,5	1,44	33,2
Garnisonsgatan	3,70	1,44	2,14	66,1	1,44	38,2
Gammelstad	2,94	1,54	1,59	59,8	1,44	34,6
Notviken	3,46	1,52	1,90	52,2	1,46	29,8
Haparandavägen	3,30	1,48	1,86	62,6	1,44	36,1
Kalkkällvägen	2,76	1,46	1,58	45,4	1,48	25,5
Bensbyvägen	2,36	1,95	1,01	49,9	1,46	28,6

Med bestämning av $\eta\gamma_m$ enligt sannolikhetsteoretisk metod, Avsnitt 1.3, fås för $V_C = 0,15$ och med $\gamma_n = 1,2$, $\gamma_G = 1,0$, $\gamma_B = 1,2$ och $\gamma_Q = 1,1$ följande dimensionerande drag- och tryckhållfasthetsvärden.

Tabell 3.9 Dimensionerande drag- och tryckhållfasthetsvärden med $\eta\gamma_m$ enligt sannolikhetsteoretisk metod för $\gamma_n=1,2$, $\gamma_G=1,0$, $\gamma_B=1,2$ och $\gamma_Q=1,1$.

Bro	f_{ctk} [MPa]	$\eta\gamma_m$	f_{ctd} [MPa]	f_{ck} [MPa]	$\eta\gamma_m$	f_{cd} [MPa]
Boden C	2,19	1,42	1,29	57,5	1,21	39,5
Garnisonsgatan	3,70	1,20	2,57	66,1	1,20	45,9
Gammelstad	2,94	1,33	1,85	59,8	1,23	40,6
Notviken	3,46	1,28	2,25	52,2	1,22	35,6
Haparandavägen	3,30	1,24	2,22	62,6	1,20	43,5
Kalkkällvägen	2,76	1,23	1,86	45,4	1,26	30,1
Bensbyvägen	2,36	1,68	1,17	49,9	1,23	33,8

Den sannolikheteoretiska metoden ger i detta fall med $\gamma_Q = 1,1$ lägre värden på partialkoefficient $\eta\gamma_m$ och högre värde på drag- och tryckhållfastheten, f_{ctd} och f_{ccd} , än "tabellmetoden" byggd på produktformeln (2-2).

En bestämning av $\eta\gamma_m$ på samma sätt för $V_C = 0,15$ och med $\gamma_n = 1,2$, $\gamma_G = 1,0$, $\gamma_B = 1,2$ och $\gamma_Q = 1,4$ fås följande dimensionerande drag- och tryckhållfasthetsvärden.

Tabell 3.10 Dimensionerande drag- och tryckhållfasthetsvärden med $\eta\gamma_m$ enligt sannolikheteoretisk metod för $\gamma_n=1,2$, $\gamma_G=1,0$, $\gamma_B=1,2$ och $\gamma_Q=1,4$.

Bro	f_{ctk} [MPa]	$\eta\gamma_m$	f_{ctd} [MPa]	f_{cck} [MPa]	$\eta\gamma_m$	f_{ccd} [MPa]
Boden C	2,19	1,20	1,52	57,5	1,03	46,6
Garnisonsgatan	3,70	1,00	3,07	66,1	1,00	54,9
Gammelstad	2,94	1,13	2,16	59,8	1,06	47,2
Notviken	3,46	1,06	2,72	52,2	1,01	42,9
Haparandavägen	3,30	1,03	2,68	62,6	0,99	52,6
Kalkkällvägen	2,76	1,05	2,18	45,4	1,07	35,2
Bensbyvägen	2,36	1,42	1,39	49,9	1,05	39,8

I detta fall med $\gamma_Q = 1,4$ fås ännu lägre värden på partialkoefficient $\eta\gamma_m$ och ännu högre värde på drag- och tryckhållfastheterna, f_{ctd} och f_{ccd} , än "tabellmetoden".

4 Kommentarer och slutsatser

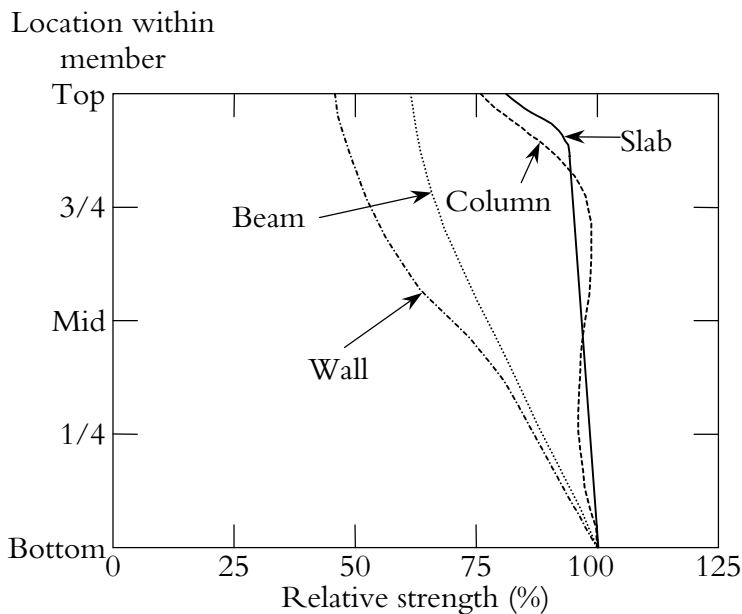
Det finns en hel del att vinna på att genom provning försäkra sig om aktuell hållfasthet i de broar där en ökning av dimensionerande last kan vara aktuell.

Den karakteristiska draghållfastheten har utvärderats med tre metoder. Skillnaden mellan resultaten är måttliga och BBK:s metod rekommenderas för fortsatt användning.

Partialkoefficienten $\eta\gamma_m$ kan genom studium av aktuella broar ändras från 1,5 till värden mellan 1,44 och 1,95 för "tabellmetoden" och till värden mellan 1,34 och 1,84 för den sannolikhetsteoretiska metoden med $\gamma_Q = 1,1$.

För att en analys av befintliga konstruktioner skall bli mer nyanserad föreslår vi att γ_{m4} sätts till 1,0 då vi inte känner till något om utförande och materialkontrollen vid produktionen. Effekter av utförandet och materialkontrollen bör fås i provresultaten.

Vidare bör i γ_m även tas hänsyn till hur beräkningsnittet i konstruktionen är relaterat till hållfasthetens variation inom konstruktionsdelen genom en ytterligare partialkoefficient, γ_{m5} . Enligt undersökningar kan hållfastheten variera avsevärt inom en konstruktionsdel, se Figur 4.1 från Bungey och Millard (1996).



Figur 4.1 Typiska hållfasthetsvariationer inom konstruktionsdelar, från Bungey och Millard (1996).

För att en undersökning och nyanserad bestämning av dimensionerande hållfasthetsvärden skall bli så rättvisande som möjligt måste provkroppars/provplatsers läge i konstruktionen ligga i eller alldeles intill aktuellt beräkningsnitt. Enligt Thun et al (1999) var hållfastheten i sidobalkarna ca 10% högre än i plattan för den i Paulsson et al (1996) provade bron över Lautajokki. Hänsyn till detta skulle kunna tas genom att införa en ytterligare partialkoefficient

$$\gamma_{m5} = \frac{1}{1-0,1} \approx 1,1$$

att användas då provkroppar tas ur konstruktionsdelar som inte överensstämmer med aktuellt beräkningsnitt.

5 Referenser

- AK 79/81 (1982): *AK79/81 Allmänna regler för bärande konstruktioner. Principer, rekommendationer och kommentarer samt exempel på tillämpning* (1982). Stockholm: Statens Planverk, Rapport nr 50, Liber 1982, 159 sid. ISBN 91-38-07090-1
- BBK79 (1979) *Bestämmelser för betongkonstruktioner* (1979), BBK79, Band 2, Material, Utförande, Kontroll. Stockholm: utgiven av Statens Betongkommitté hos AB svensk Byggtjänst. ISBN 91-7332-646-3.
- BBK94 (1994) *Boverkets handbok om betongkonstruktioner* (1994), BBK94, Band 2, Material, Utförande, Kontroll. Stockholm: Boverket, Byggavdelningen. ISBN 91-7332-687-9.
- Bengtsson et al (1991) Per-Evert Bengtsson, Bo Berggren, Lars Ohlsson & Håkan Stille. (1991). *Geoteknik och statistik, Partialkoefficienter*. Stockholm: Statens råd för byggnadsforskning. Rapport R.25:1991. 71 sid. ISBN 91-540-5326-9.
- Bungey och Millard (1996) Bungey, J.H. & Millard, S.G. (1996). *Testing of Concrete Structures*. Blackie Academic & Professional, an imprint of Chapman & Hall. London. 286pp. ISBN 075140241 9.
- Dimensionering genom provning (1994) *Dimensionering genom provning* (1994). Stockholm: Boverket, Byggavdelningen. 37 sid. ISBN 91-7147-124-3.
- EC-1 (1994) Eurocode 1: Basis of Design and Actions on Structures. Part I Basis of Design. European Prestandard ENV 1991-1:1994. European Committee for Standardization (CEN). Brussels 1994, 85 sid.
- König et al (1999) König, Gert; Tue, Nguyen; Soukhov, Dmitri and Ahner, Carsten (1999): Design Format, Chapter 4.2. In: *Structural Concrete, Volume 2, Textbook on Behaviour, Design and Performance. Updated knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990*. Lausanne, Switzerland: The international federation for structural concrete (fib). Bulletin 2. pp 43- 66. ISBN 2-88394-042-8.

- Möller et al (1994) Möller, G. Petersons, N. Elfgren, L. (1994). Hållfasthet. Kapitel 11 i: *Betonghandbok Material*. Utgåva 2. Stockholm: AB Svensk Byggtjänst och Cementa. ISBN 91-7332-709-3.
- NKB (1978) *Retningslinier for last- og sikkerhetsbestemmelser for baerende konstruktioner* (1978). NKB-rapport nr. 35. 146 sid. ISBN 87-503-2951-0.
- NKB (1987) *Retningslinier for last- og sikkerhetsbestemmelser for baerende konstruktioner* (1987). NKB-rapport nr. 55. 107+55 sid. ISBN 87-503-6991-1, ISSN 0359-9981.
- Nylinder, Katarina (1998) A Summary of Test Results obtained in a Swedish Research Program. In: *Mechanical Material Properties of High Performance Concrete*. Luleå. Report K6:3. 54 pp.
- Paulsson et al (1996) Paulsson, Björn; Töyrä, Björn; Elfgren, Lennart; Danielsson, Georg; Johansson, Håkan; Åström, Lars och Ohlsson, Ulf T(1996), *30 ton på Malmbanan, Infrastruktur. Forsknings- och utvecklingsprojekt avseende betongbroars bärlighet*. Luleå: Banverket och Tekniska Högskolan i Luleå. Rapport 3.3. 49 sid.
- Schneider, Jörg (1997) Schneider, Jörg (1997). *Introduction to Safety and Reliability of Structures*. IABSE (International Association for Bridge and Structural Engineering). Zürich, Schweiz, 1997, 138 pp.
- Thun et al (1999) Thun, Håkan, Ohlsson, Ulf, Elfgren, Lennart (1999). *Betonghållfasthet i järnvägsbroar på Malmbanan*. Luleå: Luleå tekniska universitet. Teknisk Rapport 1999:02.
- Vännman, Kerstin (1990) Kerstin Vännman (1990). *Matematisk statistik*. Lund: Studentlitteratur. 314 sid. ISBN 91-44-32181-3.
- Östlund, Lars (1997) Östlund, Lars (1997). *Studium av erforderligt värde på partialkoefficienten för tåglast vid dimensionering av järnvägsbroar*. Utredning på uppdrag av Banverket, Borlänge, 19 sid.

BILAGA A

Denna bilaga är en avskrift av en utredning med titeln *Studium av erforderligt värde på partialkoefficienten för tåglast vid dimensionering av järnvägsbroar*, av professor em. Lars Östlund.

I avskriften har följande beteckningar ändrats för att stämma överens med övriga delar i rapporten:

Medelvärde	$\mu \Rightarrow m$
Standardavvikelse	$\sigma \Rightarrow s$
Deterministiska koefficienter	$m \Rightarrow b$
	$n \Rightarrow d$

1997-12-02

**STUDIUM AV ERFORDERLIGT VÄRDE PÅ
PARTIALKOEFFICIENTEN FÖR TÅGLAST VID
DIMENSIONERING AV JÄRNVÄGSBROAR**

Lars Östlund

Otto Lindblads väg 9

224 65 Lund

**Professor em. i bärande konstruktioner
vid Lunds tekniska högskola**

1 Inledning

I ett brev daterat 1997-11-12 har jag genom Håkan Kellner fått Banverkets uppdrag att studera om partialkoefficienten $\gamma_Q = 1.4$ för tåglasten kan minskas om man kan förutsätta att varje vagn vägs innan den får gå ut på spåret för kontroll av att lasten, inklusive vagnens egen tyngd, inte överskrider ett visst fastställt värde.

Ett sätt att studera detta kan vara att bedöma partialkoefficientens storlek genom att jämföra resultaten av beräkningar enligt partialkoefficientmetoden med resultaten av beräkningar enligt en sannolikheteoretisk metod. I detta sammanhang bör påpekas att en sannolikheteoretisk metod inte kan väntas ge "de riktiga värdena" på säkerhetsfaktorer, några sådana riktiga värden finns inte. De sannolikheteoretiska metodernas fördelar ligger i att de är i rimligt hög grad logiska och konsekventa. Därför är de, som i detta fall, lämpliga att tillämpa för jämförelsen avseende säkerhetsnivån i olika fall.

I denna studie förutsätts bland annat att den totala lasten från en vagn, exklusive dynamiska inverkan, har en övre gräns som kan bestämmas och kontrolleras.

2 Beräkningsprinciper

2.1 Allmän formulering av dimensioneringsvillkor

2.1.1 Lasteffekt

Lasteffekten (moment, tvärkraft o d) skrivs

$$S = bG + dQ + dQ_n \cdot \phi \quad (2:1)$$

G är egentyngd av bron. G är en stokastisk variabel med medelvärde m_G och variationskoefficienten V_G .

Q är tåglast. Q är en stokastisk variabel med medelvärde m_Q och variationskoefficient V_Q .

Q_n är nominellt värde för tåglasten.

b och d är deterministiska koefficienter.

ϕ är en faktor som anger dynamisk inverkan. ϕ är en stokastisk variabel med medelvärde μ_ϕ och variationskoefficient V_ϕ .

En koefficient v som anger förhållandet mellan medelvärdena av lasteffekterna av egentyngd och tåglast införs:

$$v_G = \frac{bm_G}{dm_Q} \quad (2:2)$$

Förhållandet mellan medelvärde och nominellt värde för tåglasten skrivs

$$\lambda = \frac{m_Q}{Q_n} \quad (2:3)$$

ϕ är satt till det nominella värdet Q_n och innehåller dels osäkerheten i Q och dels osäkerheten i de dynamiska effekterna.

De stokastiska variablerna G , Q , och ϕ antas vara normalfördelade.

2.1.2 Bärförmåga

Bärförmågan R skrivs

$$R = Caf \quad (2:4)$$

f är hållfasthetsvärdet. f är en stokastisk variabel med medelvärdet m_f och variationskoefficienten V_f .

a är en geometrisk storhet (t ex tvärsnittsarea). a är en stokastisk variabel med medelvärdet m_a och variationskoefficienten V_a .

C är en faktor som beskriver osäkerheten i beräkningsmodellen. C är en stokastisk variabel med medelvärdet m_C och variationskoefficient V_C .

f , a och C sammansätts så att

$$\text{- medelvärdet } m_R = m_C m_a m_f \quad (2:5)$$

$$\text{- variationskoefficienten } V_R = \sqrt{V_C^2 + V_a^2 + V_f^2} \quad (2:6)$$

I fortsättningen används R , m_R och V_R . Uppdelningen i C , a och f görs för en senare uppskattning av numeriska värden.

De stokastiska variablerna R , C , a och f antas vara logaritmiskt normalfördelade.

2.1.3 Dimensioneringsvillkor

Dimensioneringsvillkoret skrivs

$$R - S \geq 0 \quad (2:7)$$

som anger villkoret för "icke brott". Med beteckningar enligt ovan skrivs detta villkor

$$\Theta = R - bG - dQ - dQ_n \varphi \geq 0 \quad (2:8)$$

I det följande skiljs mellan tillämpning på detta villkor av en sannolikhetssteoretisk metod och partialkoefficientmetoden.

2.2 Beräkning enligt en sannolikhetssteoretisk metod

Dimensioneringsvärdena för de stokastiska variablerna R , G , Q och φ är

$$\begin{aligned} R^* &= m_R \exp(-\alpha_R \beta V_R) \\ G^* &= m_G (1 - \alpha_G \beta V_G) \\ Q^* &= m_Q (1 - \alpha_Q \beta V_Q) \\ \varphi^* &= m_\varphi (1 - \alpha_\varphi \beta V_\varphi) \end{aligned} \quad (2:9)$$

Med dimensioneringsvärdena insatta i ekv (2:8) gäller likhetstecknet. Då blir

$$R^* - bG^* - dQ^* - dQ_n \varphi^* = 0 \quad (2:10)$$

I ovanstående uttryck är α_R , α_G , α_Q och α_ϕ så kallade känslighetskoefficienter som skall uppfylla villkoret

$$\alpha_R^2 + \alpha_G^2 + \alpha_Q^2 + \alpha_\phi^2 = 1 \quad (2:11)$$

Koefficienterna har värden $-1 \leq \alpha \leq 1$. $\alpha > 0$ för gynnsamma faktorer och $\alpha < 0$ för ogynnsamma faktorer. Ju större det numeriska värdet på α är desto större betydelse har osäkerheten hos motsvarande variabel. Ett sätt att bestämma numeriska värden på α beskrivs i bilaga 1.

β är ett så kallat säkerhetsindex definierat av

$$\beta = \Phi^{-1}(P_f) \quad (2:12)$$

där P_f är den formella brottsannolikheten

$\Phi^{-1}(\cdot)$ är den inversa normalfördelningsfunktionen.

Med $dm_Q = \lambda dQ_n$ och $bm_G = v_G \lambda dQ_n$ blir ekv (2:10) med dimensioneringsvärdena insatta

$$\frac{m_R}{dQ_n} \exp(-\alpha_R \beta V_R) - v_G \lambda (1 - \alpha_G \beta V_G) - \lambda (1 - \alpha_Q \beta V_Q) - m_\phi (1 - \alpha_\phi \beta V_\phi) = 0 \quad (2:13)$$

Om värdena på α , β , V , v_G , λ och m_ϕ är kända kan $z = \frac{m_R}{dQ_n}$ bestämmas. z är erforderligt medelvärde på bärförmågan satt i relation till effekten av den nominella lasten (se även bilaga 1).

2.3 Beräkning enligt partialkoefficientmetoden

Dimensioneringsvärdena är

$$\begin{aligned} R_d &= \frac{1}{\gamma_R} R_k = \frac{1}{\gamma_R} m_R \exp(-k_R V_R) \\ G_d &= \gamma_G G_k = \gamma_G m_G \\ Q_d &= \gamma_Q Q_k = \gamma_Q Q_n \\ (Q_n \phi)_d &= \gamma_Q Q_n \phi_d \end{aligned} \quad (2:14)$$

Ekv (2:8) blir i detta fall

$$R_d - bG_d - dQ_d - d(Q_n \phi)_d = 0 \quad (2:15)$$

I ovanstående uttryck är R_k , G_k och Q_k karakteristiska värden. k_R i uttrycket för R_k anger vilken fraktil R_k motsvarar. Detta behandlas mer ingående i avsnitt 3.1.2. Karakteristiska värdet för egentygnd är lika med medelvärdet. Karakteristiska värdet Q_k för tåglast är lika med tåglastens nominella värde. Dimensioneringsvärdet ϕ_d beräknas enligt bestämmelser.

Med dimensioneringsvärdena enligt ekv (2:14) insatta i ekv (2:15) och med $bm_G = v_G \lambda d Q_n$ blir ekv (2:15)

$$\frac{m_R}{d Q_n} \frac{1}{\gamma_R} \exp(-k_R V_R) - v_G \lambda \gamma_G - \gamma_Q (1 + \phi_d) = 0 \quad (2:16)$$

Värdena på $\frac{m_R}{d Q_n}$ beräknas enligt en sannolikhetssteoretisk metod. Värdet på en av partialkoefficienterna γ_R , γ_G och γ_Q kan sedan bestämmas om värdena på de två övriga är kända. I detta fall bestäms γ_Q .

3 Numeriska värden

3.1 Data bestämda av broars utformning

3.1.1 Egentyngd

Faktorn v uttrycker relationen mellan lasteffekterna av egen tyngd och tåglast. Enligt ekv (2:2) är

$$v_G = \frac{bm_G}{dm_Q}$$

Här behandlas endast vertikala laster och det kan då vara rimligt att anta att lasteffekterna skulle vara nära lika vid lika egentyngd och tåglast (räknat i kN/m). Detta skulle innebära att b och d sätts lika. Om man bortser från den allra mest lokala inverkan bör värdet på v_G vara tämligen oberoende av belastad längd. Tåglastens nominella värde är 120 kN/m och medelvärdet $m_Q = \lambda Q_n$ (se 2.1.1) kan antas vara något större genom att λ antas vara 1.05 (se 3.2). Detta innebär att $v_G = m_G/126$. En bedömning av rimliga värden för m_G för stålbroar och betongbroar ger som genomsnitt

$$\text{för stålbroar: } v_G = 0,2$$

$$\text{för betongbroar: } v_G = 0,8$$

3.1.2 Bärförmåga

Bärförmågan har beskrivits enligt ekv (2:4)

$$R = Caf$$

För *betongkonstruktioner* då betongens hållfasthet är avgörande är osäkerheten i de geometriska storheterna a liten och försummas här. Osäkerheten i den nominella hållfastheten (bestämd t ex genom provning av kuber) är av storleksordningen 5 MPa, vilket med $m_f \sim 50$ MPa (K40) ger $V_f = 0,1$. Osäkerheten i beräkningsmodellen brukar kunna beskrivas genom variationskoefficienten $V_C \sim 0,15$. V_f och V_C ger tillsammans $V_R = \sqrt{0,10^2 + 0,15^2} \sim 0,2$. Hållfasthetens karakteristiska värde svarar ungefär mot 0,05-fraktilen, vilket motsvarar $k_f = 1,65$ och ger värdet $f_k = m_f \exp(-k_f V_f) = 0,85m_f$. Beräkningsmodellen är ofta så vald att den är på säkra sidan och svarar ungefär mot en 0,05-fraktil, dvs. $k_C = 1,65$ och $C_k = m_C \exp(-k_C V_C) = m_C \exp(-1,65 \cdot 0,08) = 0,88m_C$. Vidare sätts

$a_k = m_a$. Detta ger $R_k = C_k a_k f_k = 0,78 m_C m_a 0,85 m_f = 0,66 m_C m_a m_f = 0,66 m_R$.
Med $\gamma_f = 1,5 \cdot 1,2 = 1,8$ för säkerhetsklass 3 blir dimensioneringsvärdet

$$R_d = \frac{R_k}{1,80} = 0,37 m_R$$

För *stålkonstruktioner* kan följande värden anses rimliga: $V_f = 0,06$, $V_a = 0,02$, $V_C = 0,08$, vilket ger $V_R = 0,1$. Hållfasthetens karakteristiska värde svarar ungefär mot 0,02-fraktilen, dvs. $k_f \sim 2$ och $f_k = m_f \exp(-2 \cdot 0,06) = 0,89 m_f$. På samma sätt som ovan erhålls $C_k = m_C \exp(-k_C V_C) = m_C \exp(-1,65 \cdot 0,08) = 0,88 m_C$. Med a_k lika med medelvärdet blir då $R_k = 0,88 m_C m_a 0,89 m_f = 0,78 m_C m_a m_f = 0,78 m_R$. Med $\gamma_f = 1,1 \cdot 1,2 = 1,32$ blir dimensioneringsvärdet

$$R_d = \frac{R_k}{1,32} = 0,59 m_R.$$

Bärförmågevärdena är sammanställda i Tabell 3:1.

Tabell 3:1 Data för bärförmågan R

Avgörande material	V_R	R_d/m_R
Betong	0,2	0,37
Stål	0,1	0,59

Om armeringen i betongkonstruktioner är avgörande blir förhållandena nära lika dem som gäller för stålkonstruktioner.

3.1.3 Belastad längd

Tre olika värden på antagen belastad längd L tas med i beräkningarna. Dessa är knutna till tågens enheter på följande sätt (se avsnitt 3.2.1):

- $L = 4$ m: Belastning från en boggie
- $L = 10$ m: Belastning från en vagn
- $L = 50$ m: Belastning från fem vagnar

3.2 Data bestämda av tåglasten

3.2.1 Allmänna data

De uppgifter jag erhållit om axeltrycken och axlarnas placering för en vagn återges i Fig 3:1.

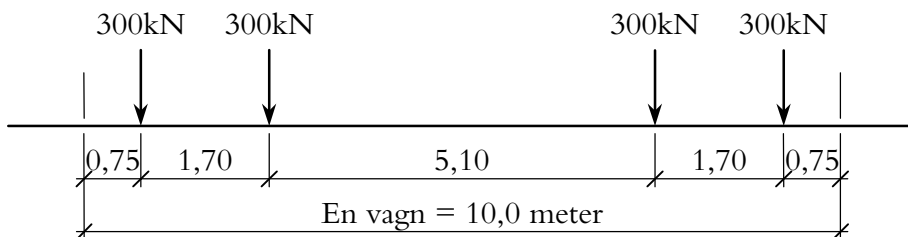


Fig 3:1 Axeltryck och axelavstånd för en vagn.

Ett tåg består normalt av lok och 60 vagnar. Man planerar att köra 8 tåg per dygn. Tågens hastighet kan uppgå till 70 km/h (19 m/s). Varje vagn avses vägas innan den får gå ut på spåret för kontroll av att lasten, inklusive tyngden av vagnen, inte överstiger 4×300 kN. Denna last benämns i det följande *nominell last* och betecknas Q_n . Total nominell last blir således för de olika belastade längderna enligt 3.1.3:

$$L = 4 \text{ m: } Q_n = 600 \text{ kN}$$

$$L = 10 \text{ m: } Q_n = 1200 \text{ kN}$$

$$L = 50 \text{ m: } Q_n = 6000 \text{ kN}$$

Excentricitet av spåret och snedbelastade vagnar anses kunna ge en ökning av lasteffekterna med 5 %. Detta beaktas genom koefficienten $\lambda = 1,05$.

3.2.2 Statistiska data

De värden på säkerhetsindex β som anges i BKR gäller för referenstiden ett år. Om dessa värden skall tillämpas innebär detta att de statistiska data som skall användas skall gälla tåglastens maximala värde under ett år.

Om tåglastens storlek har en övre gräns blir den maximala tåglasten under ett år mycket nära ett deterministiskt värde lika med den övre gränsen. Detta kan bevisas enligt följande exempel.

Med de förutsättningar som angetts i avsnitt 3.2.1 kommer en bro att passeras av $365 \cdot 8 = 2920$ tåg per år, vilket motsvarar $2920 \cdot 60/5 = 35040$ set om fem vagnar. Dessa 35040 set kan anses utgöra statistiskt oberoende händelser. Den statistiska fördelningen för lasten Q vid ett enstaka lasttillfälle antas vara en trunke-rad normalfördelning $F_Q(x)$ med en frekvenskurva $f_Q(x)$ enligt Fig 3:2a.

$x = (Q - m_Q) / s_Q$ där s_Q är standardavvikelsen ($s_Q = m_Q V_Q$). Fördelningen antas trunkerad vid $x = \pm 3$, dvs. vid $Q = m_Q \pm 3s_Q$. Fördelningsfunktionen för det största av de n värdena blir

$$F_{\max Q}(x) = [F_Q(x)]^n \quad (3:1)$$

Motsvarande frekvensfunktion $f_{\max Q}(x)$ visas för $n = 35040$ i Fig 3:2b.

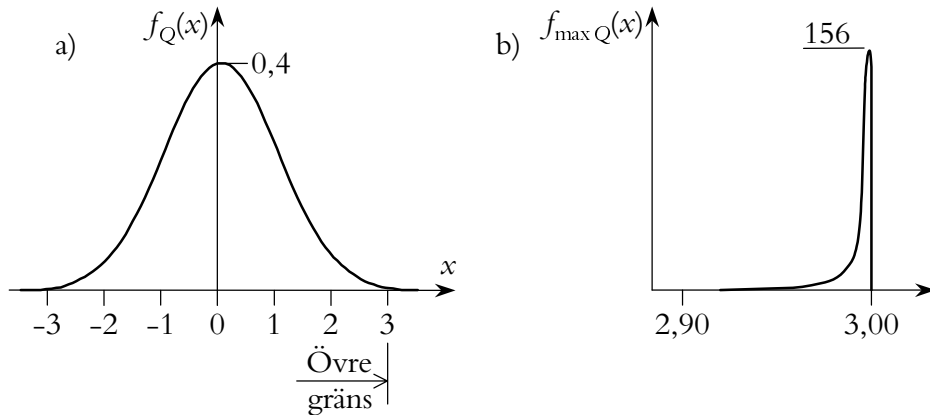


Fig 3:2 Frekvenskurvor för a) $f_Q(x)$ och b) $f_{\max Q}(x)$

I detta exempel blir $\max(Q)$ nära ett deterministiskt värde $Q = m_Q + 3s_Q$.

Helt naturligt måste det existera en övre gräns för storleken av lasten av en vagn. Om alla vagnar vägs ges möjlighet att välja en övre gräns för lastens storlek och att kontrollera att den inte överskrider. Här antas att en sådan gräns har valts och att den är knuten till den nominella lasten Q_n enligt sambandet

$$Q_G = \eta Q_n \quad (3:2)$$

Detta innebär att i de följande beräkningarna sätts $m_Q = \eta \lambda Q_n$ och $V_Q = 0$. I formlerna ersätts alltså λ med $\eta \lambda$. Beräkningarna genomförs för olika värden på η . Vid tillämpning av partialkoefficientmetoden sätts $Q_k = Q_n$.

3.3 Dynamiskt tillskott

Den dynamiska delen av tåglasten har enligt ekv (2:1) skrivits

$$Q_{dyn} = Q_n \varphi \quad (3:3)$$

Vid tillämpning av partialkoefficientmetoden är dimensioneringsvärdet

$$Q_{dyn,d} = Q_n \gamma_Q \Phi_n \quad (3:4)$$

där γ_Q är samma partialkoefficient som för tåglasten i övrigt

Φ_n är det värde på det dynamiska tillskottet som ges i normen

Värden på Φ_n för de olika belastade längderna har beräknats i bilaga 2. Följande värden har erhållits

L	4 m	10 m	50 m
Φ_n	0,42	0,34	0,089

Vid tillämpning av en sannolikheteoretisk metod betraktas Φ enligt avsnitt 2.1 som en stokastisk variabel med medelvärde m_Φ och variationskoefficient V_Φ .

De dynamiska lasterna kan antas vara behäftade med stora osäkerheter. Värdet på V_Φ är för mig okänt. Ett värde $V_\Phi = 0,5$ kan vara en rimlig gissning.

Man kan förmoda att uttrycken för beräkning av Φ_n enligt bilaga 2 bestämts genom någon form av observationer på broar. Man kan också förmoda att sådana observationer utvärderats så att beräkningsreglerna är på säkra sidan, dvs. att beräknade dynamiska laster kan förväntas överskridas endast i en liten andel av beräknade fall. Detta kan illustreras i Fig 3:3, som visar en frekvensfunktion (normalfördelad) för den dynamiska lasten $Q_n \Phi$ varvid variationskoefficienten antagits vara $V_{Q_n \Phi} = V_\Phi = 0,5$. Dimensioneringsvärdet vid tillämpning av partialkoefficientmetoden, dvs. $Q_{dyn,d} = Q_n \gamma_Q \Phi_n$, har antagits motsvara ett värde lika med medelvärdet + en standardavvikelse, vilket ger

$$Q_n \gamma_Q \Phi_n = Q_n (m_\Phi + s_\Phi) = Q_n m_\Phi (1 + V_\Phi) \quad (3:5)$$

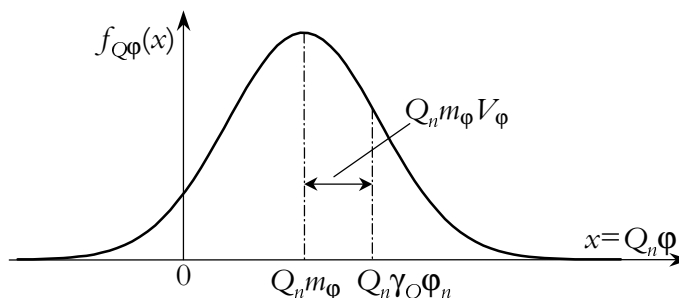


Fig 3:3 Frekvensfunktion för den dynamiska lasten.

Ekv (3:5) ger $m_\varphi = \gamma_Q \varphi_n / (1 + V_\varphi)$. Med $\gamma_Q = 1,4$ och $V_\varphi = 0,5$ blir $m_\varphi = 0,93\varphi_n$.

Vid tillämpning av en sannolikheteoretisk metod används således följande värden:

L	4 m	10 m	50 m
m_φ	0,39	0,32	0,083
V_φ	0,5	0,5	0,5

3.4 Acceptabel formell brottsannolikhet, β -värde

I BKR anges i avsnitt 2:114 värdet $\beta \geq 4,8$ för säkerhetsklass 3 och för referens-tiden ett år. $\beta = 4,8$ används i beräkningarna i det följande.

4 Beräkningarnas genomförande och resultat

4.1 Beräkningarnas genomförande

Vad beträffar broarnas utformning har beräkningarna genomförts för 6 fall: stålkonstruktion och betongkonstruktion och för vardera tre belastade längder $L = 4$ m, $L = 10$ m och $L = 50$ m enligt avsnitt 3.1. För övriga data har de värden som anges i kap 3 använts. Dessa värden har inte varierats med undantag för η samt för β och v_G som för stålkonstruktion även satts till $\beta = 4,7$ och $v_G = 0$ för $L = 4$ m.

Ett värde har valts på η , dvs. förhållandet mellan tåglastens övre gräns och det nominella värdet. För detta värde på η har erforderligt värde på $z = m_R/dQ_n$ beräknats enligt ekv (2:13). Med värdet på z känt beräknas erforderligt γ_Q ur ekv (2:16).

4.2 Beräkningarnas resultat

Beräkningarnas resultat visas i Fig 4:1 a-f för de 6 fallen som nämnts i avsnitt 4.1. Erforderligt värde på γ_Q anges som funktion av η för värden på η som ger $\gamma_Q \leq 1,4$.

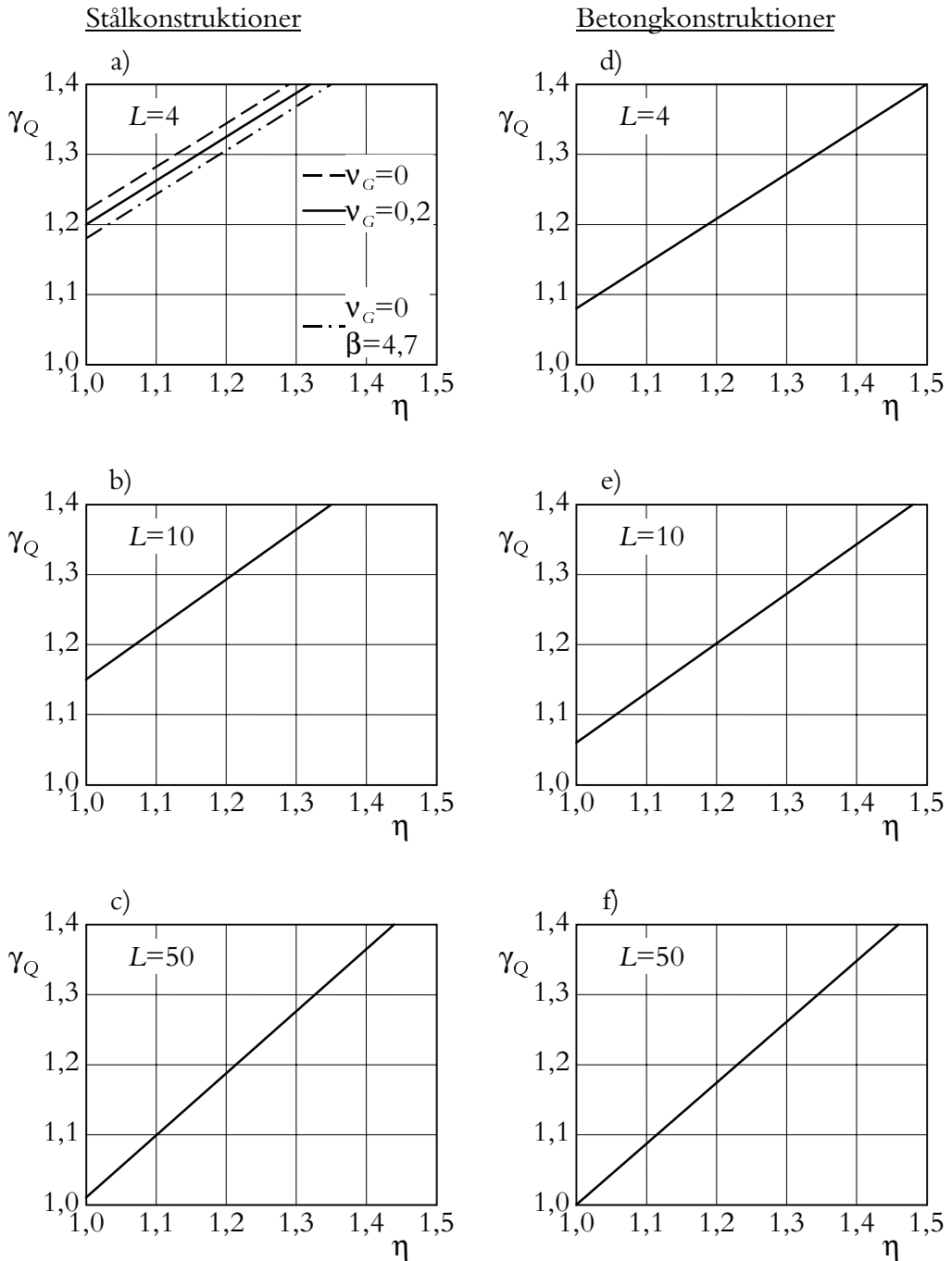


Fig 4:1 γ_Q som funktion av η för olika fall.

5 Kommentarer

Av Fig 4:1 framgår att betongkonstruktioner är gynnsammare, dvs. ger lägre värde på γ_Q vid givet värde på η , än stålkonstruktioner. Detta beror förmodligen till stor del på att brons egentyngd utgör större andel av den totala lasten vid betongkonstruktioner.

Vidare är på samma sätt förhållandena gynnsammare ju större den belastade längden är. Detta torde till stor del bero på att de dynamiska effekterna minskar, relativt sett, vid ökande belastad längd.

Här bör påpekas att de tämligen gynnsamma förhållandena som framgår av Fig 4:1 har som förutsättning att lasten har en övre gräns som kan bestämmas och kontrolleras. Vägning av vagnarna kan också medföra att spridningen i lastvärdena (= variationskoefficienten V_Q) minskar. Jag genomförde i detta sammanhang en annan beräkning som inte redovisas eftersom den inte gav något påtagligt resultat. I denna beräkning antogs att tåglasten saknade övre gräns men att vägningen medförde att spridningen hos lasten (V_Q) minskade avsevärt, ungefär till hälften. Med rimliga värden på V_Q och i övrigt samma förutsättningar som redovisats i kap 3 visade det sig att denna minskning av V_Q hade mycket liten inverkan på värdet på γ_Q .

Flera av de förutsättningar som redovisats i kap 3 är osäkert bestämda, några är helt och hållet gissade. Med hänsyn till detta kan det kanske anses motiverat att genomföra beräkningarna för olika värden på de ingående storheterna, t.ex. för de dynamiska effekterna. Detta skulle innebära en något utvidgad studie, vilket givetvis är helt möjligt att genomföra. Denna studie har begränsats i detta avseende, i avsikt att på någorlunda kort tid ge några resultat.

BILAGA 1

Bestämning av α -värden m. m.

Enligt avsnitt 2.1.3, ekv (2:8) är dimensioneringsvillkoret

$$\theta = R - bG - dQ - dQ_n \varphi \geq 0$$

Först bestäms κ -värden:

$$\kappa_G = s_G \left. \frac{\partial \theta}{\partial G} \right|_{G=G^*} = -bs_G = -bm_G V_G = -dQ_n v_G \lambda V_G$$

$$\kappa_Q = s_Q \left. \frac{\partial \theta}{\partial Q} \right|_{Q=Q^*} = -ds_Q = -dm_Q V_Q = -dQ_n \lambda V_Q$$

$$\kappa_\varphi = s_\varphi \left. \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi^*} = -dQ_n s_\varphi = -dQ_n m_\varphi V_\varphi$$

$$\kappa_R = R^* V_R \left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=R^*} = R^* V_R$$

$$\alpha_i = \frac{\kappa_i}{\sqrt{\sum \kappa_i^2}}$$

Beräkningsgången är följande:

- 1) Ett värde α'_φ (negativt) antas
- 2) $\alpha_G = \frac{v_G \lambda V_G}{m_\varphi V_\varphi} \alpha'_\varphi$ och $\alpha_Q = \frac{\lambda V_Q}{m_\varphi V_\varphi} \alpha'_\varphi$ beräknas
- 3) $\psi = v_G \lambda (1 - \alpha_G \beta V_G) + \lambda (1 - \alpha_Q \beta V_Q) + m_\varphi (1 - \alpha_\varphi \beta V_\varphi)$ beräknas
- 4) $R^* = dQ_n \psi$ och $\kappa_R = dQ_n \psi V_R$
- 5) $N = \frac{1}{dQ_n} \sqrt{\sum \kappa^2} = \sqrt{(v_G \lambda V_G)^2 + (\lambda V_Q)^2 + (m_\varphi V_\varphi)^2 + (\psi V_R)^2}$ beräknas
- 6) $\alpha_\varphi = \frac{-m_\varphi V_\varphi}{N}$ beräknas. Om $\alpha_\varphi - \alpha'_\varphi$ är större än acceptabelt väljs ett nytt α'_φ och 2) - 6) repeteras

7) När $\alpha_\phi \approx \alpha'_\phi$ beräknas $\alpha_G = -\frac{v_G \lambda V_G}{N}$; $\alpha_Q = -\frac{\lambda V_Q}{N}$; $\alpha_R = \frac{\psi V_R}{N}$

För användning vid partialkoefficientmetoden beräknas

$$z = \frac{m_R}{dQ_n} = \psi \exp(\alpha_R \beta V_R)$$

BILAGA 2

Beräkning av dynamiskt tillskott

Beräkningen utförs enligt ENV 1991-3, page 107.

Beräkningsuttryck

$$\varphi_n = \varphi' + 0,5\varphi''$$

$$\varphi' = \frac{K}{1 - K + K^4} \quad \text{med } K = \frac{V}{2Ln_o}$$

$$\varphi'' = \frac{V}{2200} \left\{ 56 \exp \left[- \left(\frac{L}{10} \right)^2 \right] + 50 \left(\frac{Ln_o}{80} - 1 \right) \exp \left[- \left(\frac{L}{20} \right)^2 \right] \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} n'_o &= \frac{80}{L} \quad \text{för } 4 \text{ m} \leq L \leq 20 \text{ m} \\ n'_o &= 23,58L^{-0,592} \quad \text{för } 20 \text{ m} < L \leq 100 \text{ m} \end{aligned} \right\} \quad \text{undre gräns}$$

$$n''_o = 94,76L^{-0,748} \quad \text{övre gräns}$$

L = belastad längd, $L = 4, 10$ och 50 meter

v = hastighet, $v = 19$ m/s

Detta ger

	$L = 4$	$L = 10$	$L = 50$	
n'_o	20	8	2,33	
n''_o	33,6	16,9	5,08	
K	0,1188	0,1188	0,0815	
φ'	0,135	0,135	0,089	
φ''	0,412	0,178	0,00038	med n'_o
$\varphi_n = \varphi' + 0,5\varphi''$	0,341	0,224	0,089	
K	0,0707	0,0562	0,0374	
φ'	0,0761	0,0595	0,0389	
φ''	0,694	0,552	0,018	med n''_o
$\varphi_n = \varphi' + 0,5\varphi''$	0,423	0,336	0,040	

BILAGA B

Denna bilaga är en avskrift av delar av Avsnitt 5.2 i *AK79/81 Allmänna regler för bärande konstruktioner. Principer, rekommendationer och kommentarer samt exempel på tillämpning* (1982). Stockholm: Statens Planverk, Rapport nr 50. Avsnitt 5.7, Principer för en sannolikhetsteoretisk metod och för partialkoefficientmetoden.

I avskriften har följande beteckningar ändrats för att stämma överens med övriga delar i rapporten:

Medelvärde	$S_m \Rightarrow m_S$
	$R_m \Rightarrow m_R$
	$\xi_m \Rightarrow m_\xi$
	$\eta_m \Rightarrow m_\eta$
Standardavvikelse	$\sigma \Rightarrow s$
Variationskoefficient	$\delta_R \Rightarrow V_R$
Deterministiska koefficienter	$m \Rightarrow b$
	$n \Rightarrow d$
Brotsannolikhet	$\varepsilon \Rightarrow p_f$

Principer för en sannolikheteoretisk metod och för partialkoefficientmetoden

1. Allmänt

Det följande avsnittet innehåller i förenklad form den teoretiska bakgrunden till den tidigare beskrivna sannolikheteoretiska metoden.

Metodens formella utformning är något annorlunda än den som beskrivits tidigare men i sak är metoderna desamma. Skälet till detta är att man därigenom kan få en förklaring till metoden. Vad som skrivs i detta avsnitt skall dock inte betraktas som något bevis för metodens riktighet.

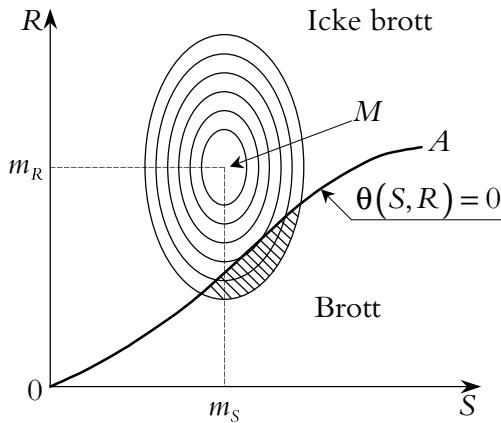
Den här beskrivna metoden kan anses ha en från sannolikhets synpunkt mera logisk uppbyggnad än de flesta andra metoder. Detta behöver emellertid inte betyda att den ger riktigare resultat än andra metoder. Den betraktas för närvarande allmänt som mera komplicerad än t ex partialkoefficientmetoden. Det är dock möjligt att den, om den i en framtid har utvecklats mera, kommer att betraktas som enklare än övriga metoder just på grund av att den är mer logisk, konsekvent och renodlad. Dessa egenskaper kan redan idag medföra att den är den lämpligaste metoden för vissa typer av dimensioneringsproblem. Man bör också observera att den som dimensioneringsmetod skall betraktas som en metod, ställd vid sidan av och likvärdig med t. ex. partialkoefficientmetoden, där valet mellan dem är en lämplighetsfråga. Det finns således ingen anledning att ställa större krav på det dataunderlag man använder vid tillämpning av en sannolikheteoretisk metod än vad man ställer på det underlag som används vid t ex partialkoefficientmetoden.

2. En sannolikheteoretisk metod

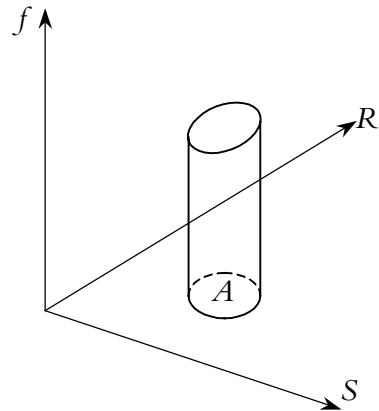
För enkelhets skull antas att problemet innehåller endast följande två variabler

- lasteffekten S som här antas vara normalfördelad och ha medelvärdet m_S och standardavvikelsen s_S
- bärförmågan R som antas vara logaritmiskt normalfördelad och ha medelvärdet m_R och variationskoefficienten V_R .

Den statistiska frekvensfunktionen f_{SR} för variablerna S och R kan i ett koordinatsystem S, R , f åskådliggöras genom en yta i rummen som i SR -planet beskrivs genom nivålinjer som var och en anger ett konstant värde på f_{SR} enligt figur 1. Den volym som finns under ytan och inom ett område A i SR -planet anger sannolikheten för att man skall få en kombination av S och R som faller inom detta område, se figur 2. Den totala volymen under ytan är lika med 1.



Figur 1. Frekvensfunktion f_{SR} och linjen 0 - A som representerar brottvillkoret.



Figur 2. Området A och motsvarande volym under ytan f_{SR} .

Om S och R är statistiskt sett oberoende, vilket antas här, kan f_{SR} delas upp så att

$$f_{SR} = f_S f_R \quad (1)$$

där

f_S är frekvensfunktionen för S enbart.

f_R är frekvensfunktionen för R enbart.

Villkoret för att brott inte skall inträffa skrives generellt

$$\Theta(S, R) \geq 0 \quad (2)$$

vilket samband kan åskådliggöras i SR -planet med en kurva 0 - A enligt figur 1. För värdekombinationer för S och R som motsvarar en punkt på ena sidan om kurvan inträffar brott, och för kombinationer som motsvarar en punkt på andra sidan inträffar icke brott. Brott sannolikheten blir således den volym som finns under ytan för f_{SR} och som ligger på sidan "brott" om linjen 0 - A, dvs. volymen som motsvarar den streckade ytan i figur 1.

För beräkningen av brottsannolikheten görs en variabeltransformation så att

$$\frac{S}{s_S} = \xi \quad (3)$$

$$\frac{1}{V_R} \cdot \ln \frac{R}{R_0} = \eta \quad (4)$$

där R_0 är ett godtyckligt valt värde som gör R/R_0 dimensionslöst. Medelvärdena blir

$$m_\xi = \frac{m_S}{s_S} \quad (5)$$

$$m_\eta = \frac{1}{V_R} \left(\ln \frac{R}{R_0} \right)_m \approx \frac{1}{V_R} \ln \frac{R_m}{R_0} \quad (6)$$

Standaravvikelsema blir

$$s_\xi = 1 \quad (7)$$

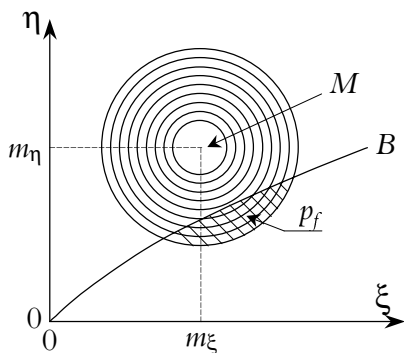
$$s_\eta = 1 \quad (8)$$

och både ξ och η blir normalfördelade.

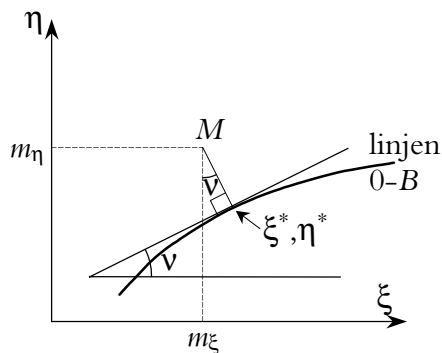
I ξ, η -planet kan nu ytan $f_{\xi,\eta}$ åskådliggöras av nivålinjer som blir cirklar enligt figur 3. Villkoret (2) kan skrivas som funktion av ξ och η

$$\Theta[S(\xi), R(\eta)] \geq 0 \quad (9)$$

som representeras av kurvan 0 - B i figur 3. Uttrycket (9) serieutvecklas i omgivningen av en tillsviare obestämd punkt ξ^*, η^* som ligger på kurvan och som motsvarar $R = R^*$ och $S = S^*$. Se figur 4.



Figur 3. Frekvensfunktion $f_{\xi,\eta}$ och linjen 0 - B som representerar brotvillkoret.



Figur 4. Detalj av figur 3.

$$\Theta[S(\xi), R(\eta)] = \Theta[S(\xi^*), R(\eta^*)] + \left(\frac{\partial \Theta}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi^*} (\xi - \xi^*) + \left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \eta} \right)_{\eta=\eta^*} (\eta - \eta^*) + \dots \quad (10)$$

Termer av högre grad än den första i $(\xi - \xi^*)$ och $(\eta - \eta^*)$ försummas vilket medför att ekv (10) blir ekvationen för tangenten till kurvan $\Theta = 0$ i punkten ξ^*, η^* . Tangenten har lutningen mot ξ -axeln

$$\tan v = -\frac{\kappa_S}{\kappa_R} \quad (11)$$

där

$$\kappa_R = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \eta} \right)_{\eta=\eta^*} = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \right)_{R=R^*} R^* V_R \quad (12)$$

$$\kappa_S = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi^*} = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial S} \right)_{S=S^*} S_S \quad (13)$$

Punkten ξ^*, η^* väljes nu så att tangenten får kortast möjliga vinkelräta avstånd β till punkten M (figur 4), vilket ger största möjliga värde på brotts sannolikheten p_f . Eftersom frekvenskurvan i varje riktning beskriver en normalfördelning med standardavvikelsen = 1 blir

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (14)$$

där $\Phi(\cdot)$ är normalfördelningsfunktionen.

Ur figur 4 erhålls (med hjälp av (11))

$$m_\eta - n^* = \beta \cos v = \beta \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 v}} = \beta \frac{\kappa_R}{\sqrt{\kappa_R^2 + \kappa_S^2}} = -\beta \alpha_R \quad (15)$$

$$\xi^* - m_\xi = \beta \sin v = \beta \frac{-1}{\sqrt{1 + \cot^2 v}} = -\beta \frac{\kappa_S}{\sqrt{\kappa_R^2 + \kappa_S^2}} = \beta \alpha_S \quad (16)$$

Punkten ξ^*, η^* ligger på kurvan som beskrivs av $\Theta = 0$ och värdena ξ^* och η^* kan väljas som dimensioneringsvärden. Med återgång till variablerna S och R erhålles således dimensioneringsvärdena

$$S = m_S + \beta \alpha_S S_S \quad (17)$$

$$R = m_R e^{\beta \alpha_R V_R} \quad (18)$$

där

$$\alpha_S = -\frac{\kappa_S}{\sqrt{\kappa_S^2 + \kappa_R^2}}; \quad \alpha_R = -\frac{\kappa_R}{\sqrt{\kappa_S^2 + \kappa_R^2}} \quad (19)$$

$$\kappa_S = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial S} \right)_{S=S^*} s_S \quad (20)$$

$$\kappa_R = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \right)_{R=R^*} R^* V_R \quad (21)$$

β definieras av

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (22)$$

där p_f är formell acceptabel brottsannolikhet.

Dimensioneringsvillkoret blir

$$\Theta(S^*, R^*) = 0 \quad (23)$$

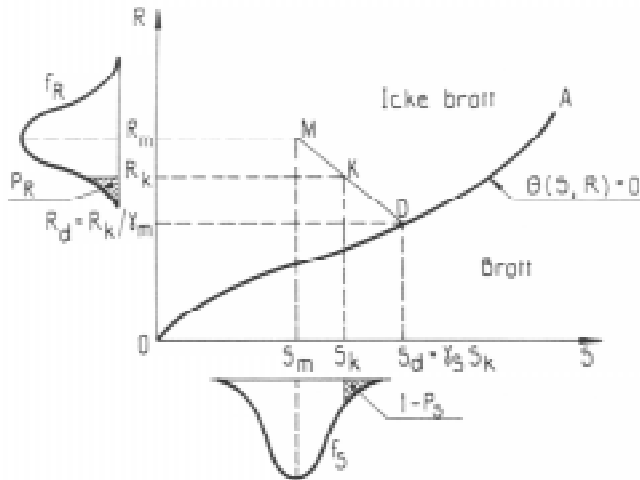
Ekvationerna (17) t. o. m. (23) är tillräckliga för att lösa dimensioneringsproblemet varvid förutsattes att β är given på förhand, att man känner m_S , s_S , V_R och funktionen Θ . m_R skall beräknas.

3. Partialkoefficientmetoden

Principerna för partialkoefficientmetoden är inte lika renodlade och strikta som principerna för den sannolikhetssteoretiska metoden. Det är dock möjligt att framställa principerna på likartat sätt som i avsnitt 2.

På samma sätt som i avsnitt 2 antas att problemet innehåller endast två variabler S och R . I figur 5 visas koordinatsystemet S , R med medelvärdena m_S och m_R representerade av punkten M på samma sätt som i figur 3, samt kurvan $0 - A$ som utgör gränsen mellan fallen icke brott och brott. I figur 5 visas emellertid frekvenskurvorna f_S och f_R var för sig. Genom förhandsbestämda sannolikhetsvärden p_S och p_R för underskridande bestäms fraktilvärdena S_k och R_k som är de karakteristiska värdena och representeras av punkt K i figur 5.

När det gäller brott är, med de värden på S_k och R_k som vanligen används, punkten K inte tillräckligt "avlägsen" från punkten M för att säkerheten skall vara tillfredsställande om punkten K läggs på gränskurvan $\Theta = 0$.



Figur 5. Medelvärden, karakteristiska värden och dimensioneringsvärden samt linjen 0 - A som representerar brottvillkoret.

Punkten D (på kurvan 0 - A) som representerar dimensioneringsvärdena S_d och R_d skall således avlägsnas ytterligare från M vilket sker genom att S_k multipliceras med $\gamma_S > 1$. Punkten D skall ligga på gränskurvan $\Theta = 0$ (eller på sidan icke brott) vilket innebär att dimensioneringsvillkoret blir

$$\Theta(S_d, R_d) \geq 0 \tag{24}$$

Partialkoefficienterna γ_S och γ_R är beroende på arten av variablerna S och R men är oftast oberoende av funktionen Θ . Detta innebär, i motsatsen till vad som gäller för den sannolikheteoretiska metoden enligt kapitel 1, att riktningen på stegen $M \rightarrow K$ och $K \rightarrow D$ (se figur 5) inte görs beroende av kurvan 0 - A.